

СОДЕРЖАНИЕ

0 - ВАРИАНТ.....	2
1 - ВАРИАНТ.....	2
2 - ВАРИАНТ.....	2
3 - ВАРИАНТ.....	2
4 - ВАРИАНТ.....	2
5 - ВАРИАНТ.....	2
6 - ВАРИАНТ.....	2
7 - ВАРИАНТ.....	2

0 - ВАРИАНТ

Задача 1:

Дифракционная решетка, имеющая 500 штрихов на 1 мм, имеет ширину 2 см. На нее нормально падает свет с длинами волн $\lambda_1 = 550$ нм и неизвестной λ_2 . Определить минимальное различие $\Delta \lambda$ между λ_1 и λ_2 , если их необходимо разрешить во всех порядках? В каком порядке m_n достигается наилучшее разрешение для вашей решётки? Изобразите схему эксперимента с указанием рисунка дифракционной решетки, где проставлен ее период. Кроме этого, изобразите на рисунке дифракционную картину интенсивности света на экране, пронумеруйте все главные дифракционные максимумы, которые могут быть видны на экране. ($\Delta \lambda_{min} = 0.055$ нм; $m_n = 3$)

Дано:

$$n = N = 500 \text{ мм}^{-1}$$

$$l = 2 \text{ см} = 2 * 10^{-2} \text{ м}$$

$$\varphi = 90^\circ$$

$$\lambda_1 = 550 \text{ нм}$$

$$\Delta \lambda = ?$$

$$m_n = ?$$

Ширина дифракционной решетки вычисляется по формуле:

$$l = d * N \quad (1)$$

Из формулы (1) выразим период дифракционной решетки:

$$d = \frac{l}{N} \quad (2)$$

Зная, что из дифракционная решетка имеет 500 штрихов на 1 мм, то можно вычислить период дифракционной решетки. Вычислим период дифракционной решетки по формуле (2):

$$d = \frac{l}{N} = \frac{10^{-3} \text{ м}}{500} = 2 * 10^{-6} \text{ м}$$

Рассчитаем количество штрихов на всей дифракционной решетке, для этого выразим N из формулы (1):

$$N = \frac{l}{d} \quad (3)$$

Вычислим количество штрихов на дифракционной решетке по формуле (3):

$$N = \frac{2 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{2 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = \frac{1}{10^{-4}} = 10000$$

Запишем формулу разрешения дифракционной решетки для определенного порядка:

$$mN = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} \quad (4)$$

Выразим из формулы (4) $\Delta \lambda$:

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda}{mN} \quad (5)$$

Так как нам известно из условий задачи, что дифракционная решетка разрешена во всех порядках, то рассмотрим $m=1$. Для разрешения дифракционной решетки $\lambda_1 \approx \lambda_2$, то тогда $\lambda = 550 \text{ нм}$. Вычислим по формуле (5) $\Delta \lambda$:

$$\Delta \lambda = \frac{550 \text{ нм}}{1 \cdot 10000} = 0.055 \text{ нм}$$

Найдем порядок, в котором достигается наилучшее разрешение для нашей дифракционной решетки. Так как по формуле (4) видно, что чем выше порядок, тем больше разрешение, то необходимо найти предельный порядок дифракционной решетки, он и будет порядком с наилучшим разрешением.

Для нахождения максимального порядка воспользуемся формулой определяющие условие главных дифракционных порядков:

$$d \sin \varphi = m \lambda \quad (6)$$

Так как $\sin \varphi$ не может быть больше 1, то тогда

формула будет иметь следующий вид:

$$d = m\lambda \quad (7)$$

Выразим m из формулы (7):

$$m = \frac{d}{\lambda} \quad (8)$$

По формуле (8) вычислим предельный порядок дифракционной решетки:

$$m = \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{0.55 \cdot 10^{-6} \text{ м}} \approx 3.6363 \dots$$

Так как порядок может быть только целым числом, то округлим его до целого в меньшую сторону

$$m = 3.6363 \dots = 3$$

Рисунок дифракционной решетки:

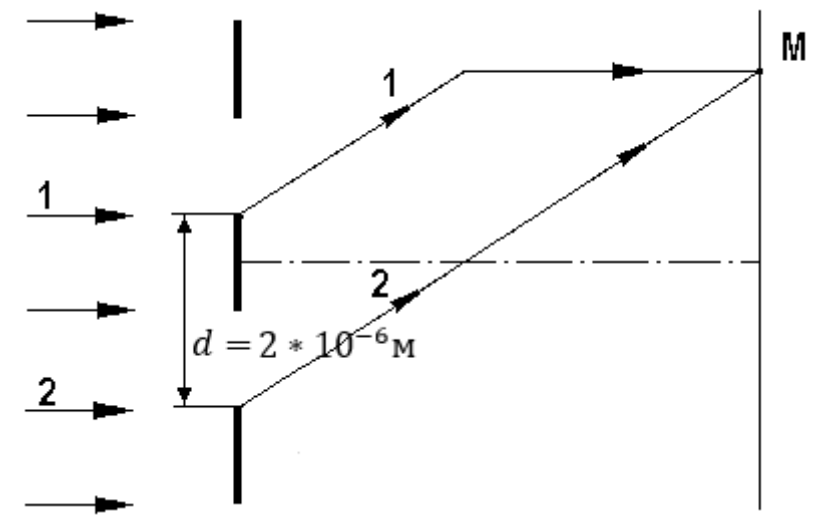
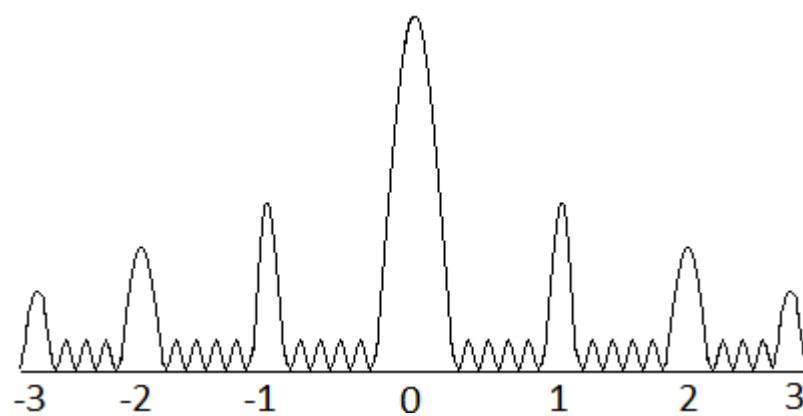


Рисунок интенсивности света:



Ответ: $\Delta \lambda = 0.055 \text{ нм}$, $m = 3$

Задача 2:

Уединенный цинковый шарик облучается светом с длиной волны $\lambda=200\text{нм}$.
 Определить: 1) с какой наибольшей скоростью v_m будут вылетать электроны из шарика? 2) до какого максимального потенциала φ_m зарядится шарик, теряя фотоэлектроны? Работа выхода для цинка 4 эВ. Изобразите на рисунке вольтамперную характеристику фотоэффекта (ВАХ); покажите на ВАХ ток насыщения I_n и задерживающий потенциал U . ($vm = 8,826 \cdot 10^5 \text{ м/с}$; $\varphi m = 2.215 \text{ В}$;))

Дано:

$$\lambda = 200 \text{ нм} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$A = 4 \text{ эВ} = 6.40870$$

$$v_m = ?$$

$$\varphi_m = ?$$

Для решения задачи запишем уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{mV_{max}^2}{2} \quad (1)$$

Выразим из этой формулы V_{max} :

$$\frac{mV_{max}^2}{2} = h\nu - A$$

$$V_{max}^2 = \frac{2(h\nu - A)}{m}$$

$$V_{max} = \sqrt{\frac{2(h\nu - A)}{m}} \quad (2)$$

Частота падающего света ν вычисляется по формуле:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad (3)$$

Подставим формулу (3) в формулу (2):

$$V_{max} = \sqrt{\frac{2\left(h\frac{c}{\lambda} - A\right)}{m}} \quad (4)$$

Вычислим V_{max} по формуле (4), если:

$$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с},$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$m = 9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$V_{max} = \sqrt{\frac{2\left(6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{2 \cdot 10^{-7} \text{ м}} - 6.40870932 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}\right)}{9.109534 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}} \approx 881131.841$$

Под воздействием света вследствие фотоэффекта из

материала шарика будут эмитироваться фотоэлектроны. В результате чего шарик будет приобретать положительный заряд и соответственно положительный потенциал.

Зарядка будет происходить до того момента, пока потенциальная энергия шарика не станет равной максимальной кинетической энергии фотоэлектронов:

$$e * \varphi_{max} = E_{kmax} \quad (5)$$

Тогда уравнение для Эйнштейна для фотоэффекта (1) примет вид:

$$h\nu = A + E_{kmax}$$

$$h\nu = A + e * \varphi_{max} \quad (6)$$

Выразим φ_{max} :

$$e * \varphi_{max} = h\nu - A$$

$$\varphi_{max} = \frac{(h\nu - A) * 1}{e} \quad (7)$$

Подставим формулу (3) в формулу (7):

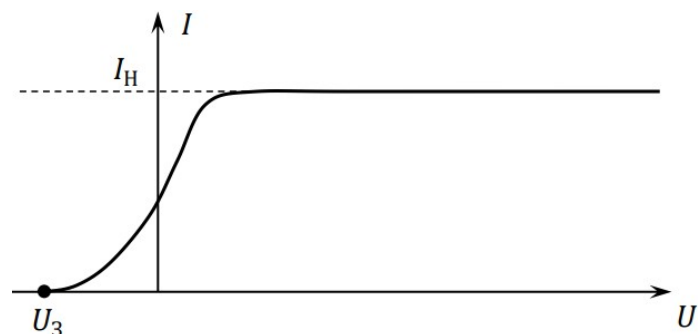
$$\varphi_{max} = \frac{\left(h \frac{c}{\lambda} - A \right) * 1}{e} \quad (8)$$

Вычислим φ_{max} по формуле (8), где

$$e = 1.6 * 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$\varphi_{max} = \frac{\left(6.63 * 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot \frac{3 * 10^8 \text{ м/с}}{2 * 10^{-7} \text{ м}} - 6.40870932 * 10^{-19} \text{ Дж} \right) * 1}{1.6 * 10^{-19} \text{ Кл}} \approx 2.2101816$$

ВАХ:



Задерживающееся напряжение U_3 вычисляется по следующей формуле:

$$\frac{m V_{max}^2}{2} = e U_3 \quad (9)$$

Подставим формулу (1) в формулу (9) и выразим U_3 :

$$h\nu = A + e U_3$$

$$U_3 = \frac{h\nu - A}{e} \quad (10)$$

Подставим формулу (3) в формулу (10):

$$U_3 = \frac{h \frac{c}{\lambda} - A}{e} \quad (11)$$

Вычислим U_3 по формуле (11):

$$U_3 = \frac{h \frac{c}{\lambda} - A}{e} = \frac{\left(6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{2 \cdot 10^{-7} \text{ м}} - 6.40870932 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \right) \cdot 1}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} \approx 2.2$$

Ток насыщения вычисляет I_n по следующей формуле:

$$I_n = e \cdot n \quad (12)$$

Где n – это количество электронов, которые вылетают за 1 секунду. Так как нам оно нам не известно, мы не можем найти ток насыщения.

Ответ: $V_{max} = 8.81131 \cdot 10^5 \text{ м/с}$, $\varphi_{max} = 2.21 \text{ В}$

Задача 3:

Невозбужденный атом водорода поглощает квант излучения с длиной волны 97,25 нм. Определите: 1) номер энергетического уровня возбужденного атома водорода; 2) радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода; 3) скорость электрона на орбите возбужденного атома водорода. Изобразите на рисунке энергетическую диаграмму атома водорода, покажите на ней все переходы из возбужденного состояния в основное для вашего случая, включая промежуточные переходы. ($n = 4$; $r = 8.48 \cdot 10^{-10} \text{ м}$; $v = 5.44 \cdot 10^5 \text{ м/с}$)

Дано: _____ | Определим уровень возбужденного атома водорода,

$\lambda = 97,25 \text{ нм} = 9,725 \cdot 10^{-8} \text{ м}$ Пользуясь выражением для энергии перехода с основного уровня на возбужденный:

$n = ?$

$r = ?$

$v = ?$

$$h\nu = E_i \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \quad (1)$$

Выразим из формулы (1) уровень возбуждения n :

$$h\nu = E_i \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$\frac{h\nu}{E_i} = 1 - \frac{1}{n^2}$$

$$\frac{1}{n^2} = 1 - \frac{h\nu}{E_i}$$

$$n^2 = \frac{1}{1 - \frac{h\nu}{E_i}}$$

$$n = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{h\nu}{E_i}}} \quad (2)$$

Частота падающего света ν вычисляется по формуле:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad (3)$$

Подставим формулу (3) в формулу (2):

$$n = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{h \frac{c}{\lambda}}{E_i}}} \quad (4)$$

Вычислим уровень возбуждения по формуле (4), если:

$$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с},$$

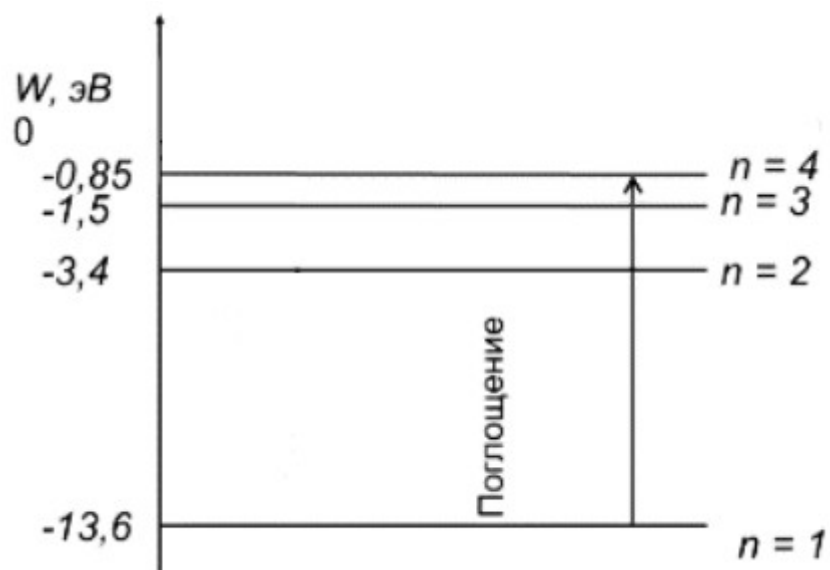
$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$E_i = 21.76 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$n = \frac{1}{1 - \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{с}} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м}}{9,725 \cdot 10^{-8} \text{ м}}}{21.76 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}}} \approx 4.0794$$

Так как уровень возбуждения — это целое число, то округлим полученный результат в меньшую сторону $n = 4.0794 = 4$

Рисунок энергетической диаграммы атома водорода при переходе из основного в возбужденное состояние электроном:



Радиус орбиты электрона вычисляется по формуле:

$$r_n = a_0 \cdot n^2 \quad (5)$$

Вычислим радиус орбиты электрона, если:

$$a_0 = 5.29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

$$r_n = 5.29 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot 4^2 \approx 8.8034 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

Для нахождения скорости электрона воспользуемся формулой:

$$v = \frac{n \hbar}{r_n m} \quad (6)$$

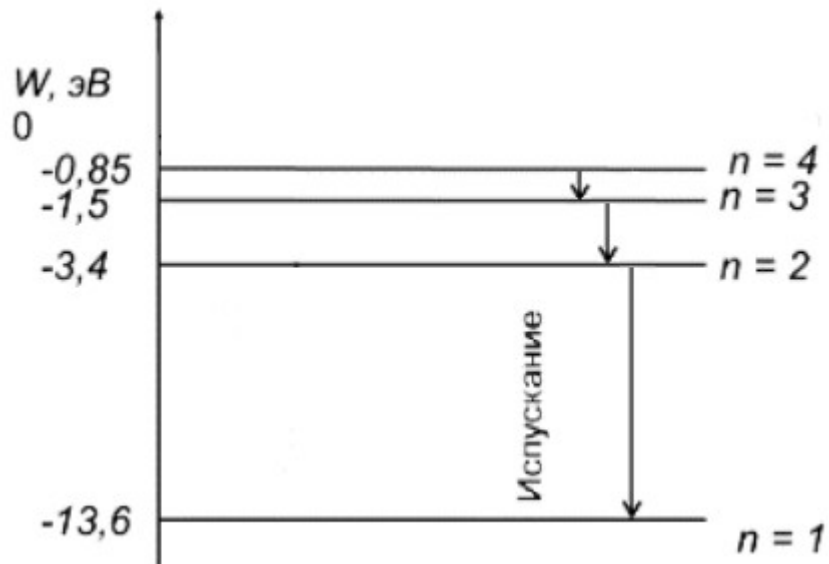
Вычислим скорость электрона по формуле (6), если:

$$\hbar = 1.0545887 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$m = 9.1093837 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$v = \frac{4 \cdot 1.0545887 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{8.8034 \cdot 10^{-10} \text{ м} \cdot 9.1093837 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} = 547105.7624 \approx 5.47 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Рисунок энергетической диаграммы атома водорода при переходе из возбужденного в основное состояние:



Ответ: $n = 4$, $r = 8.8034 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, $v = 5.47 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

1 - ВАРИАНТ

1. В опыте Юнга вначале рассматривается излучение с длиной волны $\lambda_1 = 0,7 \text{ мкм}$, а затем с λ_2 . Определите значение длины волны λ_2 , если шестая светлая полоса в первом случае совпадает с девятой темной полосой во втором случае. Рисунок поясните схему опыта Юнга, укажите на рисунке распределение интенсивности света на экране. Опыт проводится в вакууме.

$$(\lambda_2 = 494,1 \text{ нм})$$

Дано:

$$\lambda_1 = 0,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$m_1=6$$

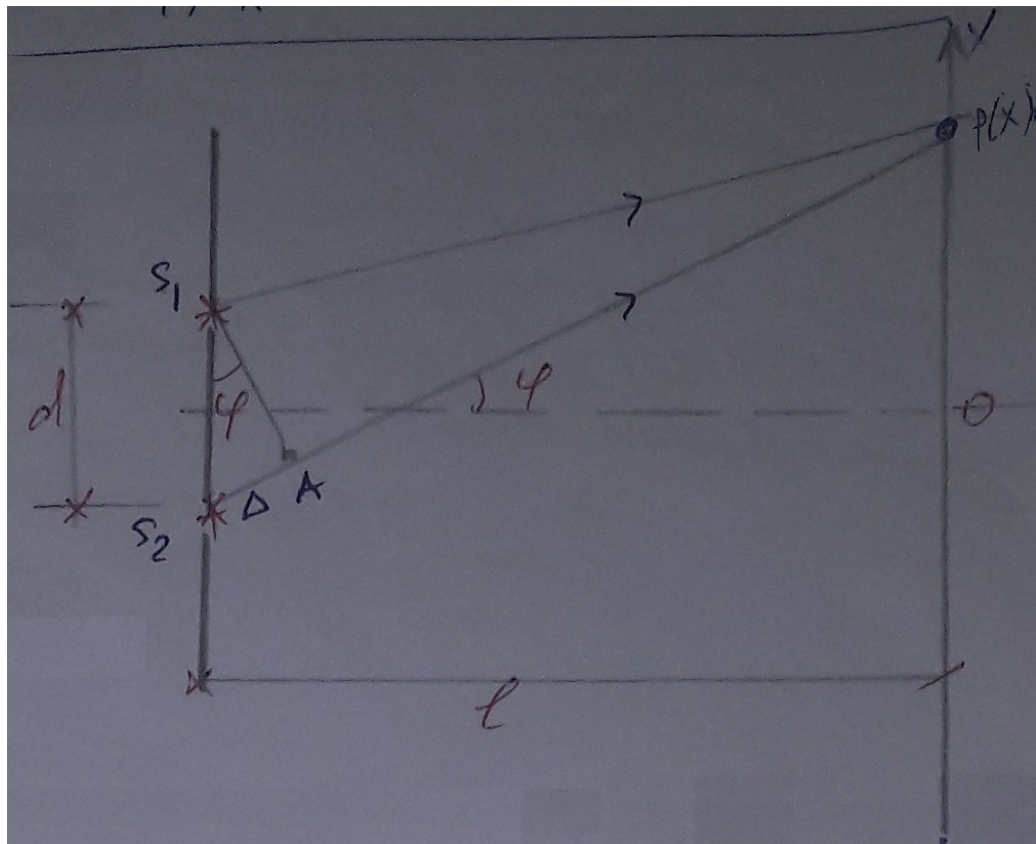
$$m_2=8$$

$$X_{max}=X_{min}$$

Найти:

$$\lambda_2=?$$

Решение:



Где

S_1 и S_2 – когерентны, источники света

d – расстояние между ними

Расстояние от источника до экрана $h \gg d$ S_1A является волновым фронтом. Поэтому разность хода образуется на расстоянии $|S_1A|$: $\Delta = |S_2A| = d \sin \varphi$, т.к. $\varphi \ll 1$, $\sin \varphi \approx \tan \varphi = \frac{x}{l}$, $\Delta = \frac{dx}{l}$.

Светлая полоса возникает если « Δ » содержит целое число длины волн: $\Delta = m \lambda_1; m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ - целое число.

Тёмная полоса возникает если « Δ » содержит нечетное число полудлин волн; $\Delta = (2m' + 1) \frac{\lambda_2}{2}; \frac{d X_{min}}{l} = (2m' + 1) \frac{\lambda_2}{2}; X_{max} = \frac{m \lambda_1 l}{d}; X_{min} = \frac{(2m' + 1) \lambda_2 l}{2d}$.

По условию $X_{max} = X_{min}$.

$$\frac{m \lambda_1 l}{d} = \frac{(2m' + 1) \lambda_2 l}{2d} \quad (1)$$

$$\lambda_2 = \frac{2m}{2m' + 1} \lambda_1$$

Центральную светлую полосу не будем считать. Тогда $m = 6$.

Первый минимум соответствует $m' = 0$.

9-й минимум соответствует $m' = 8 \rightarrow$

$$\lambda_2 = \frac{2 \cdot 6}{2 \cdot 8 + 1} \cdot 0,7 \cdot 10^{-6} = 494,1 \text{ нм.}$$

Если интенсивность источников равны I_0 то интенсивность света в точке наблюдения

$$I = 2 I_0 (1 + \cos(k \Delta)) \quad (2)$$

Где,

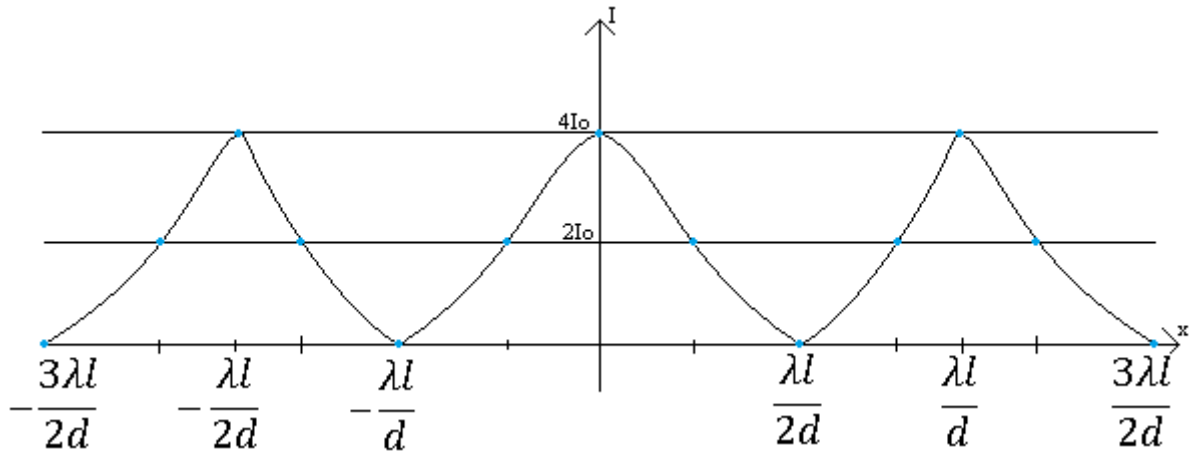
$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновой центр,

Δ - оптическая разность хода.

$$I = 2 I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{dx}{l} \right) \right)$$

$I(x)$ будет изменяться по закону косинуса вокруг $2I_0$

X	$-\frac{\lambda l}{d}$	$-\frac{\lambda l}{2d}$	0	$\frac{\lambda l}{2d}$	$\frac{\lambda l}{d}$
I	$2I_0$	0	$4I_0$	0	$2I_0$



Ответ: $\lambda_2 = 442,11 \text{ нм}$

2. Красная граница фотоэффекта рубидия $\lambda_0=0,81$ мкм. Определить скорость фотоэлектронов при облучении рубидия монохроматическим светом с длиной волны $\lambda=0,4$ мкм. Какую задерживающую разность потенциалов U_z надо приложить к фотоэлементу, чтобы прекратить фототок? На сколько изменится задерживающая разность потенциалов ΔU_z при увеличении длины волны падающего света на $\Delta\lambda=200$ нм? Изобразите на рисунке вольтамперную характеристику фотоэффекта (ВАХ); покажите на ВАХ ток насыщения и задерживающий потенциал.

$$(v = 7.44 \cdot 10^5 \text{ м/с}; U_z = 1.57 \text{ В}; \Delta U = 1.036 \text{ В})$$

Дано:

$$\lambda_k = 0,81 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\lambda = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\Delta \lambda = 200 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

Найти:

$$v_m = ? \quad v_z = ? \quad \Delta v_z = ?$$

Решение:

По закону Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h \frac{c}{\lambda} = A + \frac{m v_m^2}{2} \quad (1)$$

где

h – постоянная планка,

c – скорость света в вакууме,

λ – длина волны,

m – масса электрона,

$$A = h \frac{c}{\lambda_k} - \text{работа выхода};$$

Производим замену переменных и запишем формулу:

$$h \frac{c}{\lambda} - h \frac{c}{\lambda_k} = \frac{m v_M^2}{2}$$

$$h c \frac{\lambda_k - \lambda}{\lambda \cdot \lambda_k} = \frac{m v_M^2}{2} v_M = \sqrt{\frac{2 h c (\lambda_k - \lambda)}{m \cdot \lambda \cdot \lambda_k}}$$

$$v_M = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot (0,81 - 0,4) \cdot 10^{-6}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 0,4 \cdot 0,81 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}} = 743757,086 \frac{M}{c}$$

$$v_M = 743757,086 \frac{M}{c} = 7,44 \cdot 10^5 \frac{M}{c}$$

По теореме о кинетической энергии, изменение кинетической энергии равно работе электрических сил:

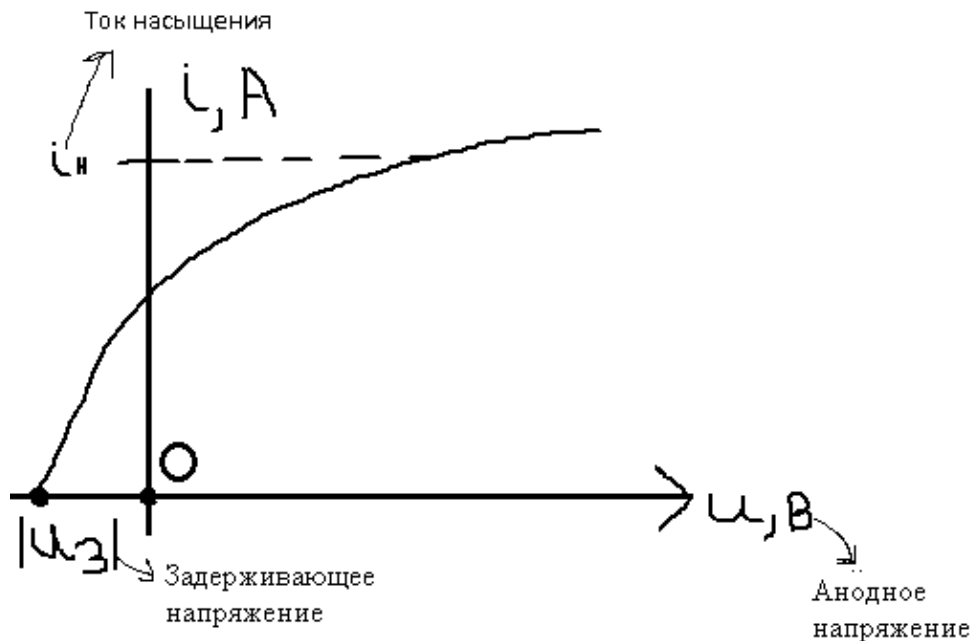
$$\frac{m v_M^2}{2} = e v_3 \quad (2)$$

$$U_3 = \frac{m v_M^2}{2 e}$$

$$U_3 = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 7,44^2 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,57 B$$

При увеличении длины волны на $\Delta \lambda$ формула Эйнштейна будет таким:

$$\frac{h c}{\lambda + \Delta \lambda} = \frac{h c}{\lambda_k} + \frac{m v_M^2}{2} = h c \left(\frac{1}{\lambda + \Delta \lambda} - \frac{1}{\lambda_k} \right) = h c \cdot \frac{\lambda_k - \lambda - \Delta \lambda}{\lambda_k (\lambda + \Delta \lambda)} \quad (3)$$



Зависимость силы фототока от анодного напряжения, (U_3 – задерживающее напряжение.

$$U_3' = \frac{m v_m^2}{2e} U_3 = \frac{hc}{e} \cdot \frac{\lambda_k - \lambda - \Delta\lambda}{\lambda_k(\lambda + \Delta\lambda)} U_3 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot (0,81 - 0,4 - 0,2) \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,81 \cdot 10^{-16} (0,4 + 0,2) \cdot 10^{-6}} = 0,534 \text{ В}$$
$$\Delta U_3 = v_3 - v_3' = 1,57 - 0,534 = 1,036 \text{ В}$$

Ответ: $v_m = 7,44 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $U_3 = 1,57 \text{ В}$; $\Delta U_3 = 1,036 \text{ В}$.

3. Свободный электрон, имея кинетическую энергию 15 эВ, неупруго столкнулся с атомом водорода, находящимся в основном состоянии, и отскочил от него, потеряв часть энергии. Энергия электрона после столкновения оказалась 2.91 эВ. Определить длины волн, которые может излучить атом водорода после столкновения с электроном. Изобразите на рисунке энергетическую диаграмму атома водорода, покажите на ней все переходы между уровнями, которые могут произойти после столкновения. ($\lambda_1 = 102.58$ нм; $\lambda_2 = 121.58$ нм; $\lambda_3 = 656.51$ нм)

Дано:

$$T = 15 \text{ эВ}$$

$$T' = 2,91 \text{ эВ}$$

Найти:

$$\lambda_1 - ? \quad \lambda_2 - ? \quad \lambda_3 - ?$$

Решение:

Энергия электрона в атоме водорода определяется формулой

$$W_n = \frac{-13,6 \text{ эВ}}{n^2} \quad (1)$$

Где

-13,6 эВ – энергия основного состояния,

n – главное квантовое число.

После получения дополнительной энергии 12,09 эВ электрон с основного состояния (n=1) перейдет в состоянии с «n»:

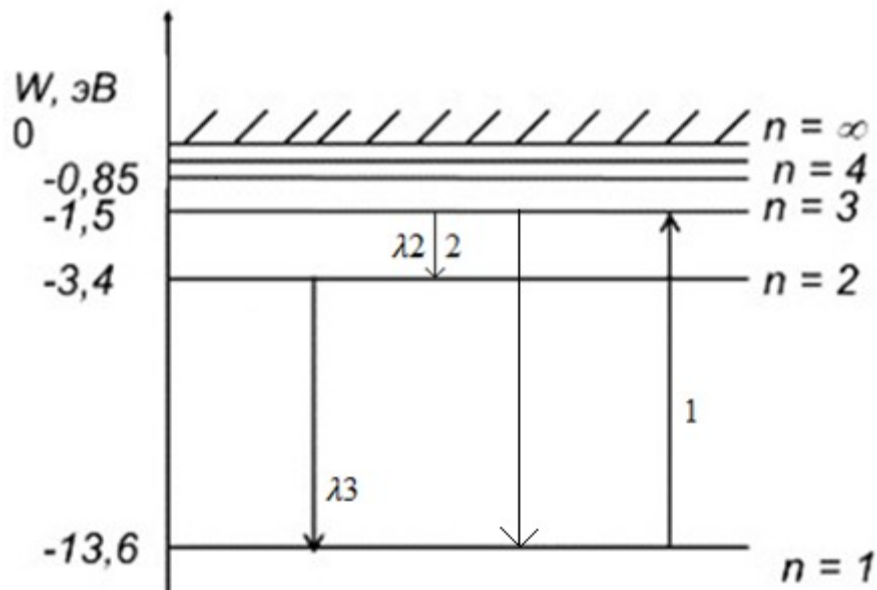
$$\frac{-13,6}{1^2} + 12,09 = \frac{-13,6}{n^2}$$

$$\frac{-13,6}{n^2} = -1,51$$

$$n^2 = \frac{-13,6}{1,51}$$

$$n = \sqrt{\frac{13,6}{1,51}} = \sqrt{9} = 3$$

$n=3$, то электрон перейдёт в состояние с $n=3$.



По формуле Бора соответствующее излучение имеет длину волны:

$$\frac{1}{\lambda} = R_{\lambda} \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{8}{9} R_{\lambda} \quad (2)$$

$$R_{\lambda} = 1,0974 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}}$$

Постоянная Ридберга:

$$\lambda_1 = \frac{9}{8 R_{\lambda}} \quad (3)$$

$$\lambda_1 = \frac{9}{8 \cdot 1,0974 \cdot 10^7} = 1,02515 \cdot 10^{-7} [\text{м}] = 102,52 [\text{нм}]$$

$$\lambda_1 = 102,52 \text{ нм}$$

После столкновения может произойти переход:

1) $3 \rightarrow 2$ с

$$\frac{1}{\lambda} = R_{\lambda} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = R_{\lambda} \frac{5}{36} \quad (4)$$

$$\lambda_2 = \frac{36}{5 R_{\lambda}}$$

$$\lambda_2 = \frac{36}{5 \cdot 1,0974 \cdot 10^7} = 6,5609 \cdot 10^{-7} [\text{м}] = 656,1 [\text{нм}]$$

$$\lambda_2 = 656,1 \text{ нм}$$

И переход $2 \rightarrow 1$ с:

$$\frac{1}{\lambda_3} = R_{\lambda} \left(1 - \frac{1}{4} \right) = R_{\lambda} \frac{3}{4} \quad (5)$$

$$\lambda_3 = \frac{4}{3 R_{\lambda}}$$

$$\lambda_3 = \frac{4}{3 \cdot 1,0974 \cdot 10^7} = 1,2149 \cdot 10^{-7} [\text{м}] = 121,5 [\text{нм}]$$

$$\lambda_3 = 121,5 \text{ нм}$$

Ответ: $\lambda_1 = 102,52 \text{ нм}$;

$\lambda_2 = 656,1 \text{ нм}$;

$\lambda_3 = 121,5 \text{ нм}$;

2 - ВАРИАНТ

№1

Вертикально-расположенная мыльная пленка образует клин, угол которого составляет 25,2 секунды (25,2"). В отражённом свете наблюдаются полосы равной толщины. Длина волны монохроматического света равна 650 нм, что соответствует красному цвету. Показатель преломления пленки $n = 1,33$. Сколько красных полос наблюдается на участке длиной 1 см? Свет на поверхность клина падает нормально. Изобразите ход лучей в клине, рисунком поясните, какие лучи интерferируют в этом случае. Ответ $N = 5$

Решение

Дано:

$$\alpha = 25, 2 = 0.007^\circ = 0.00012217 \text{ рад}$$

$$\lambda = 650 \text{ нм} = 6.5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

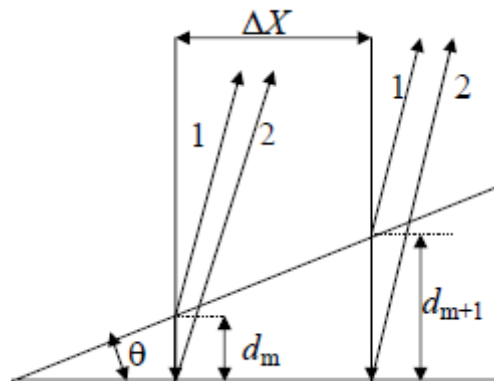
$$n = 1.33$$

$$l = 1 \text{ см} = 0.01 \text{ м}$$

Найти:

N - ?

Клин можно считать пленкой переменной толщины. Когерентные лучи 1 и 2 получаются в этом случае при отражении от верхней и нижней грани клина (см. рисунок).



Так как интерференция на клине наблюдается при малых преломляющих углах клина, лучи, отраженные от верхней и нижней граней, можно считать параллельными.

Оптическая разность хода двух лучей складывается из разности оптических длин путей этих лучей $2dn \cos \beta$ и половины длины волны, представляющей собой добавочную разность хода, возникающую при отражении от оптически более плотной среды.

Таким образом условие интерференции для минимума излучения (черная полоса) может быть записано в виде:

$$\Delta = 2d_k n \cos \beta + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

Где n – показатель преломления стекла, d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, соответствующая номеру k , β – угол преломления, λ – длина волны излучения.

Учитывая, что угол падения равен 90° , косинус этого угла составит тогда 1, то:

$$2d_k n = k \lambda$$

Пусть темной полосе номер $k + N$ соответствует толщина d_{k+N} , тогда учитывая малость преломляющего угла призмы можно записать:

$$\sin \theta = \frac{d_{k+N} - d_k}{l} \quad (2)$$

$$\sin \theta = \frac{d_{k+N} - d_k}{l} = \frac{\frac{k+N}{2n} \lambda - \frac{k}{2n} \lambda}{l} = \frac{N\lambda}{2nl}$$

Тогда можно записать, что ширина интерференционной полосы составит:

$$\sin \theta \approx \theta = \frac{N\lambda}{2nl} = \frac{\lambda}{2nl}$$

При интерференции от клина мы можем записать формулу, которая описывает данный процесс:

$$\theta = \frac{N\lambda}{2nl}$$

Откуда получим, что число линий на 1 см длины составит:

$$N = \frac{2 * n * l * \theta}{\lambda}$$

Подставим числовые данные в полученную формулу:

$$N = \frac{2 * 1.33 * 0.01 * 0.000122173}{6.5 * 10^{-7}}$$

$$N = 5$$

Ответ: число полос равно 5.

№2. При освещении катода светом с длиной волны сначала $\lambda_1 = 440$ нм, а затем $\lambda_2 = 680$ нм обнаружили, что запирающий потенциал изменился в 3 раза. Определить работу выхода электрона A_e из катода. Сравните скорости электронов v_{m1} и v_{m2} , с которыми они вылетают из катода. Изобразите на рисунке вольтамперную характеристику фотоэффекта (ВАХ); покажите на ток насыщения I_h и задерживающий потенциал U_3 .

$$\text{Ответ } A_e = 1.33 \text{ эВ}; \frac{v_{m1}}{v_{m2}} = 1.73$$

Решение

Дано:

$$\lambda_1 = 440 \text{ нм} = 4.4 * 10^{-7} \text{ м}$$

$$\lambda = 680 \text{ нм} = 6.8 * 10^{-7} \text{ м}$$

$$e = 1.6 * 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$h = 6.623 * 10^{-34} \text{ Дж * с}$$

Найти:

$$A_0 - ?$$

$$\frac{V_{m1}}{V_{m2}} - ?$$

Для решения задания можно использовать формулу закона Эйнштейна для фотоэффекта.

$$h \frac{c}{\lambda} = A + \frac{m V^2}{2} \quad (1)$$

Для решения данного задания необходимо записать формулу закона А. Эйнштейна для фотоэлектрического эффекта:

$$h\nu = A + \frac{m V^2}{2}$$

$$h \frac{c}{\lambda} = A + \frac{m V^2}{2}$$

Задерживающий потенциал, приложенный к фотоэлементу, будет тормозить поток фотоэлектронов и при некотором значении тормозящего напряжения приведет к тому, что все электроны будут тормозиться и фототок исчезнет.

Тогда можно записать:

$$h \frac{c}{\lambda} = A + eU$$

$$A = h \frac{c}{\lambda} - eU$$

В таком случае для первого и второго облучения катода можно записать:

$$A = h \frac{c}{\lambda_1} - eU_1$$

$$A = h \frac{c}{\lambda_2} - eU_2$$

Поскольку запирающий потенциал изменился в 3 раза, то приравняв формулы мы получим равенство:

$$h \frac{c}{\lambda_1} - eU_1 = h \frac{c}{\lambda_2} - eU_2$$

$$h \frac{c}{\lambda_1} - h \frac{c}{\lambda_2} = hc * \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = eU_1 - eU_2 = 3eU_2 - eU_2 = 2eU_2$$

$$hc * \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = 2eU_2$$

$$U_2 = \frac{hc}{2e} * \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)$$

Вычислим величину задерживающего потенциала:

$$U_2 = \frac{6.626 * 10^{-34} \text{ Дж} * c * 3 * 10^8 \text{ м/с}}{2 * 1.6 * 10^{-19} \text{ Кл}} * \left(\frac{1}{4.4 * 10^{-7} \text{ м}} - \frac{1}{6.8 * 10^{-7} \text{ м}} \right)$$

$$U_2 = 0.50 \text{ В}$$

Откуда работа выхода электрона составит:

$$A = 6.626 * 10^{-34} \frac{\text{ Дж} * c * 3 * 10^8 \text{ м/с}}{6.8 * 10^{-7} \text{ м}} - 1.6 * 10^{-19} \text{ Кл} * 0.5 \text{ В}$$

$$A = 2.12 * 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$A = 1.33 \text{ эВ}$$

Отношение скоростей фотоэлектронов составит:

$$\frac{m V_1^2}{2} = e U_1$$

$$\frac{m V_2^2}{2} = e U_2$$

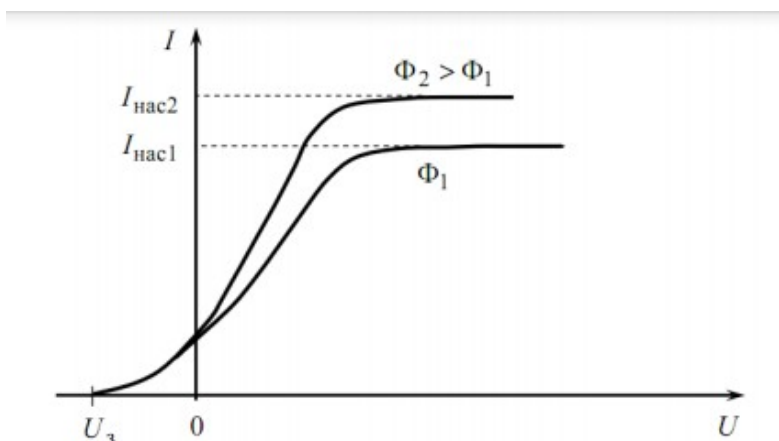
$$\frac{\frac{m V_1^2}{2}}{\frac{m V_2^2}{2}} = \frac{V_1^2}{V_2^2} = \frac{e U_1}{e U_2} = \frac{U_1}{U_2}$$

$$\frac{V_1^2}{V_2^2} = \frac{U_1}{U_2}$$

$$\frac{V_{m1}}{V_{m2}} = \sqrt{\frac{U_1}{U_2}} = \sqrt{3} = 1.73$$

Допустим, что фотозаэлемент включен в цепь. Передвигая движок потенциометра и снимая показания приборов, можно найти вольтамперную зависимость фотозаэлемента. При $0 = U$ через элемент проходит небольшой ток. Под действием света из анода вырываются электроны, и он заряжается положительно. Вырванные электроны вблизи 3 анода создают отрицательно заряженное облако, из которого большая часть электронов попадает обратно на анод (анод при $0 = U$ притягивает электроны), а часть электронов из облака попадает на катод. Они и создают небольшой ток. Для прекращения фототока необходимо приложить обратное по знаку напряжение U_3 , которое называют задерживающим напряжением. Если увеличивать напряжение, то по мере роста все большее число электронов за секунду попадает на катод. Облако из электронов вблизи анода редет, а ток через фотозаэлемент растет. При достаточно сильном поле облако из электронов вблизи анода полностью исчезнет. Все электроны, вымываемые из металла анода, будут попадать на катод - наступит насыщение: дальнейшее усиление поля в

баллоне фотоэлемента не приведет к увеличению тока. Ток насыщения $I_{\text{нас}}$ определяется тем количеством электронов, которые вырываются в секунду из металла.



Ответ: $\frac{V_{m1}}{V_{m2}} = 1.73, A = 1.33 \text{ эВ}$

№3. Атомарный водород, находящийся в основном состоянии, облучается монохроматическим светом с энергией 15 эВ. Электроны, вылетающие из атомов в результате ионизации, попадают в магнитное поле с индукцией 1 мТл перпендикулярно линиям индукции. Определить радиус окружности, по которой движутся электроны. Изобразите на рисунке энергетическую диаграмму атома водорода; на отдельном рисунке изобразите движение электронов в магнитном поле. Ответ $r = 4 \text{ мм}$

Решение

Дано:

$$E = 15 \text{ эВ}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$B = 0.001 \text{ Тл}$$

Найти:

$$R - ?$$

Согласно условия задания поток фотонов ионизирует невозбужденный атомарный водород. В результате этого процесса мы получим ионы водорода.

Выбитые электроны имеют некоторую кинетическую энергию и скорость. Рассчитаем максимальную скорость электронов. Для этого вычислим значение энергии ионизации атома водорода, используем формулу:

$$E = \frac{m e^4}{8 \pi \epsilon_0^2 h^2} \quad (1)$$

$$E = \frac{m e^4}{8 \pi \epsilon_0^2 h^2} = 9.11 * 10^{-31} * \dots$$

Согласно закона сохранения энергии энергия фотона распределяется на ионизацию атома водорода и на кинетическую энергию электрона, тогда кинетическая энергия составит: $15 - 13,6 = 1,4$ эВ.

А скорость будет равна:

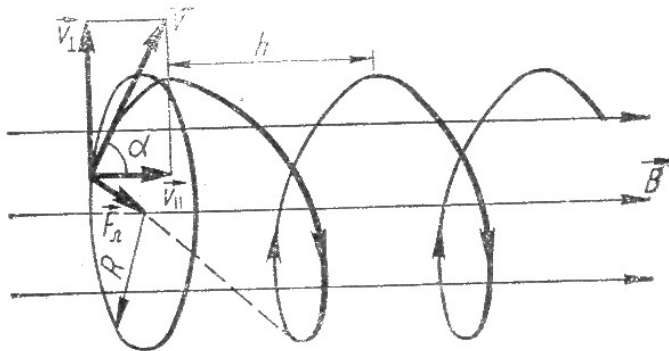
$$V = \sqrt{\frac{2E}{m}} \quad (2)$$

$$V = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 * 1.4 * 1.6 * 10^{-19}}{9.11 * 10^{-31}}} = 0.7 * 10^6 \text{ м/с}$$

Поскольку скорость электрона на два порядка меньше скорости света, то релятивистскими эффектами возрастания массы можно пренебречь.

Для решения данной задачи нужно рассмотреть движение микрочастицы в магнитном поле и зависимости, которые описывают его движение в магнитном поле с индукцией B или напряженность поля H .

Для этого выполним рисунок:



В магнитном поле микрочастица, как и любая заряженная частица, будет двигаться по винтовой линии. Сила Лоренца действует на нее в плоскости перпендикулярной вектору индукции магнитного поля и предоставляет ему центростремительное ускорение.

Тогда можно записать:

$$F_n = q V_{\perp} \beta = q V B \sin \alpha = \frac{m V_{\perp}^2}{R} = \frac{m V^2 \sin^2 \alpha}{R}$$

(3)

$$q V B \sin \alpha = \frac{m V^2 \sin^2 \alpha}{R}$$

Упростим формулу с учетом того, что $\alpha = 90^\circ$:

$$qB = \frac{mV}{R}$$

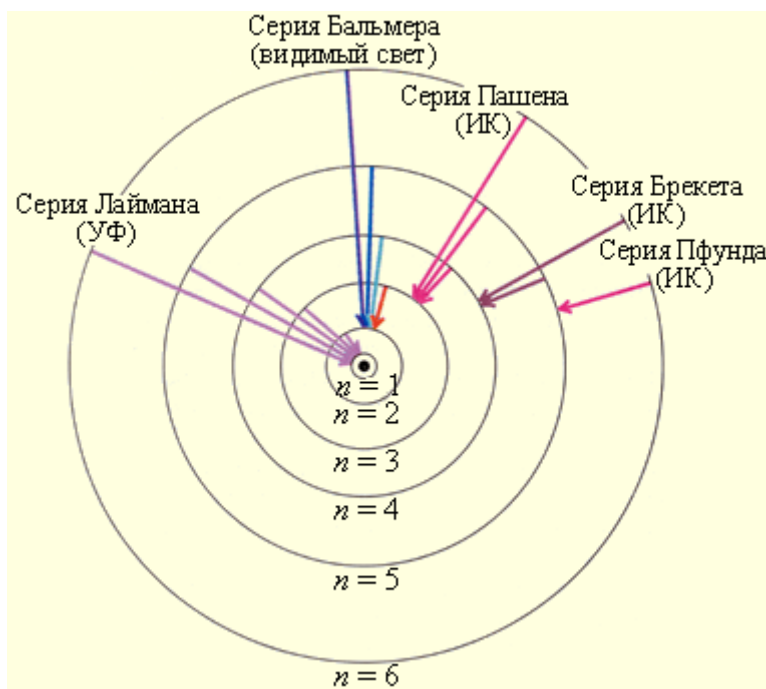
$$R = \frac{m*V}{q*B} = \frac{m*V}{e*B}$$

Проведем вычисление:

$$R = \frac{9.11 * 10^{-31} \text{ кг} * 0.7 * 10^6 \text{ м/с}}{1.6 * 10^{-19} \text{ Кл} * 0.001 \text{ Тл}}$$

$$R = 3.985 * 10^{-3} \text{ м}$$

Энергетическая диаграмма атома водорода примет вид:



Ответ: $R = 3.985 * 10^{-3} \text{ м}$.

3 - ВАРИАНТ

Задание 1.

Естественный свет силой 20 кД падает по нормали на поляризатор и анализатор (Рис. 5.1), угол между главными плоскостями которых составляет $\alpha = 37^\circ$, а поглощение светового пучка в каждом из них составляет k . После прохождения системы поляризатор – анализатор, световой пучок падает по нормали на зеркало и, отразившись, вновь проходит через систему анализатор – поляризатор в обратном направлении и выходит из поляризатора. Считая, что интенсивность светового пучка, выходящего из поляризатора составляет 9 % от входящего в поляризатор, определите: 1) силу света падающего на зеркало I_2 ; 2) коэффициент поглощения k .

$(k=0.1844; I_2=4.24 \text{ кд})$

Дано:

$$I_0 = 20 \text{ кд}$$

$$\alpha = 37^\circ$$

$$\frac{I}{I_e} = 0,09 = 9\%$$

Найти:

k - ?

I_2 - ?

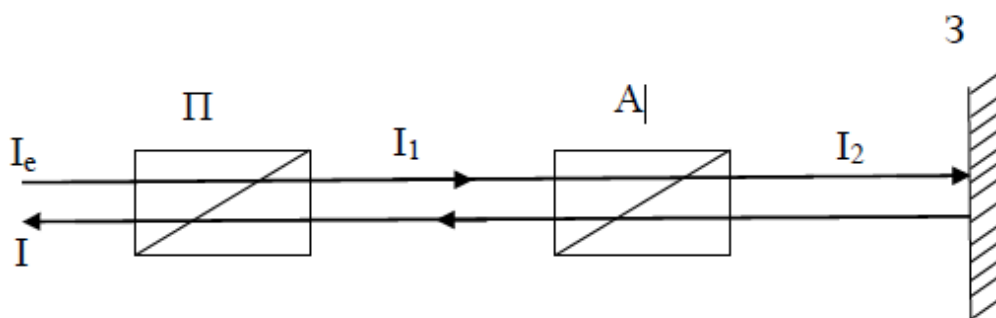


рис. 1

Решение

Интенсивность света после поляризатора:

$$I_1 = \frac{1}{2} I_e (1 - k) \quad (1)$$

Согласно закона Малюса, после анализатора:

$$I_2 = I_1 \cos^2 a (1 - k) = \frac{1}{2} I_0 (1 - k)^2 \cos^2 a \quad (2)$$

После анализатора на обратном пути:

$$I_3 = I_2 (1 - k) \quad (3)$$

После поляризатора на обратном пути:

$$I = I_3 (1 - k) \cos^2 a = I_2 (1 - k)^2 \cos^2 a = \frac{1}{2} I_0 (1 - k)^4 \cos^4 a \quad (4)$$

Откуда коэффициент поглощения k :

$$k = 1 - \frac{\sqrt[4]{2 \frac{I}{I_0}}}{\cos a} = 1 - \frac{\sqrt[4]{2 * 0,09}}{\cos 37^\circ} = 0,1844$$

Тогда сила света падающего на зеркало I_2 равна:

$$I_2 = \frac{1}{2} I_0 (1 - k)^2 \cos^2 a = \frac{1}{2} * 20 * (1 - 0,1844)^2 \cos^2 37^\circ = 4,24 \text{ кд}$$

Ответ: $k=0.1844$; $I_2=4.24$ кд.

Задание 2.

При нагревании абсолютно черного тела его температура изменилась от $T_1 = 1000$ К до $T_2 = 2000$ К. Во сколько раз изменилась при этом: 1) его энергетическая светимость R_λ ; 2) максимальная излучательная способность $r_{\lambda m}$; 3) на сколько изменилась длина волны λ_m , на которую приходится максимум излучательной способности этого тела, увеличится или уменьшится? Рисунок поясните график распределения энергии излучательной способности в спектре излучения абсолютно чёрного тела, укажите для данных температур положение λ_{m1} и λ_{m2} . ($\frac{R_{\lambda 2}}{R_{\lambda 1}} = 16$; $\frac{r_{\lambda m 2}}{r_{\lambda m 1}} = 32$; $\Delta\lambda = 1,45$ мкм)

Дано:

черное тело

$T_1 = 1000$ К

$T_2 = 2000$ К

Найти:

$$\frac{R_{\lambda 2}}{R_{\lambda 1}} - ?$$

$$\frac{r_{\lambda m 2}}{r_{\lambda m 1}} - ?$$

$$\Delta\lambda - ?$$

Решение:

Согласно закона Стефана-Больцмана, светимость тела равна:

$$R_\lambda = \sigma T^4 \tag{1}$$

где

σ – постоянная Стефана – Больмана,

T - температура

Тогда

$$\frac{R_{\lambda 2}}{R_{\lambda 1}} = \frac{\sigma T_2^4}{\sigma T_1^4} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 = \left(\frac{2000}{1000}\right)^4 = 2^4 = 16$$

Согласно первого и второго законов Вина:

$$\lambda_m = \frac{b}{T} - \text{первый закон} \quad (2)$$

$$r_{\lambda m} = C T^5 - \text{второй закон} \quad (3)$$

где b и C постоянные.

$$\text{Тогда } \frac{r_{\lambda m 2}}{r_{\lambda m 1}} = \frac{C T_2^5}{C T_1^5} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^5 = \left(\frac{2000}{1000}\right)^5 = 2^5 = 32$$

$$\Delta\lambda = \frac{b}{T_1} - \frac{b}{T_2} = b \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = 2,9 \cdot 10^{-3} \left(\frac{1}{1000} - \frac{1}{2000} \right) = 1,45 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$\approx 1,45 \text{ мкм}$

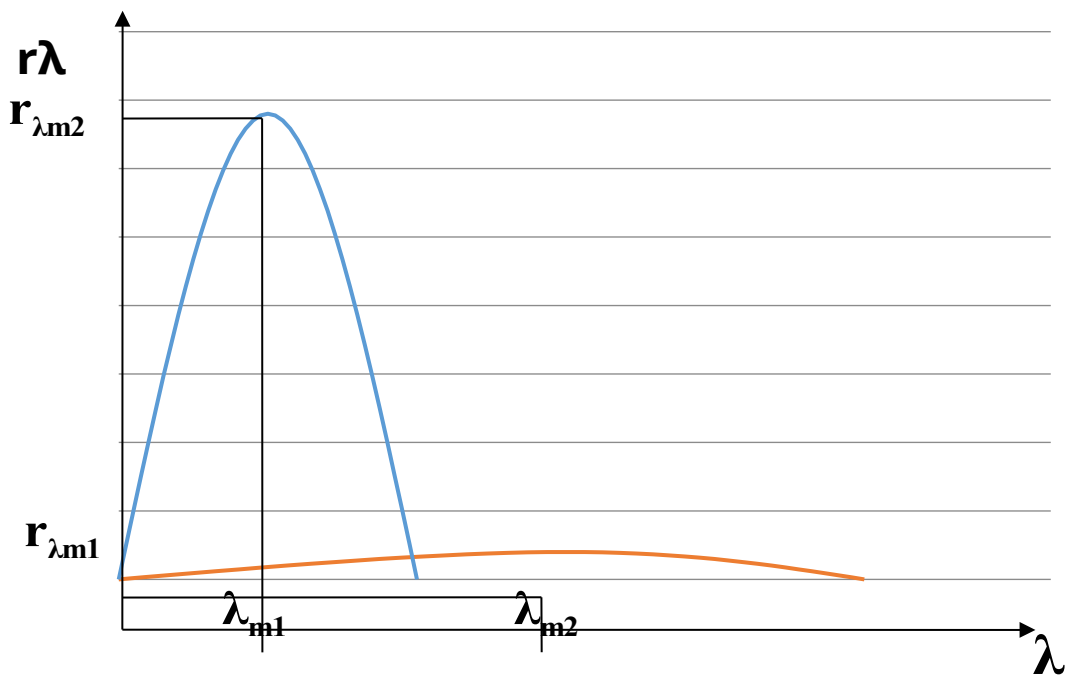


рис. 2

$$\text{Ответ: } \frac{R_{\lambda 2}}{R_{\lambda 1}} = 16; \frac{r_{\lambda m 2}}{r_{\lambda m 1}} = 32; \Delta\lambda = 1,45 \text{ мкм}$$

Задание 3.

Атомарный водород, находящийся в первом возбужденном состоянии, переходит в основное состояние, испуская фотон. Этот фотон попадает на поверхность калиевого фотокатода и вызывает фотоэффект. Чему равна

максимально возможная скорость фотоэлектрона? Работа выхода калия 2.15 эВ. Изобразите на рисунке энергетическую диаграмму атома водорода, покажите на ней переход, соответствующей данной задаче. ($\nu = 1.685 \cdot 10^6$ м/с)

Дано:

Атом Н

$A_{\text{вых}} = 2.15$ эВ

$2 > 1$ переход

Найти:

$v_{\text{max}} - ?$

Решение:

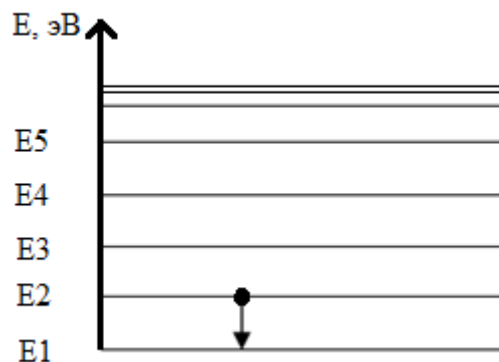


рис.3

Согласно формуле Бальмера, частота излучения равна:

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (1)$$

R - постоянная Ридберга

Энергия излучения равна:

$$E_{\phi} = h\nu = h R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = E_i \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (2)$$

$$E_{\phi} = 13,6 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{68}{4} * 3 = \frac{17}{5} * 3 = \frac{51}{5} = 10,2 \text{ эВ}$$

$E_i = 13,6$ эВ - энергия ионизации водорода

$m = 1, n = 2$

Согласно уравнению Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$E_{\phi} = A_{\text{вых}} + T_{\text{max}} \quad (3)$$

$$T_{\text{max}} = \frac{1}{2} m_e v^2 = E_{\phi} - A_{\text{вых}} \quad (4)$$

$T_{\text{max}} - i$ макс. кинетическая энергия электрона

$m_e -$ масса электрона

Тогда максимально возможная скорость фотоэлектрона будет равна:

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2}{m_e}(E_{\phi} - A_{вых})} = \sqrt{\frac{2}{9,1 \cdot 10^{-31}}(10,2 - 2,15) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = i$$

$$\sqrt{\frac{2}{9,1 \cdot 10^{-31}}(10,2 - 2,15) \cdot 1,6} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,05 \cdot 1,6}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 10^6 \sqrt{2,831} = i$$

$$i 1,685 \cdot 10^6 \text{ м/с}$$

Ответ: $v = 1.685 \cdot 10^6 \text{ м/с}$

4 - ВАРИАНТ

Задание 1.

На щель шириной 0,05 мм падает нормально монохроматический свет. Под углом 2° наблюдается минимум четвертого порядка. Найти угловую ширину центрального максимума $\Delta\varphi$. Приведите рисунок для схемы установки.

Изобразите дифракционную картину интенсивности света на экране.

Пронумеруйте все дифракционные максимумы, которые могут быть видны на экране, выделите угловую ширину центрального максимума $\Delta\varphi$. ($\Delta\varphi = 1^\circ$)

Дано:

$$a = 0,05 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

$$\varphi_4 = 2^\circ - \text{минимум}$$

Найти: $\Delta\varphi_1$ - ?

Решение:

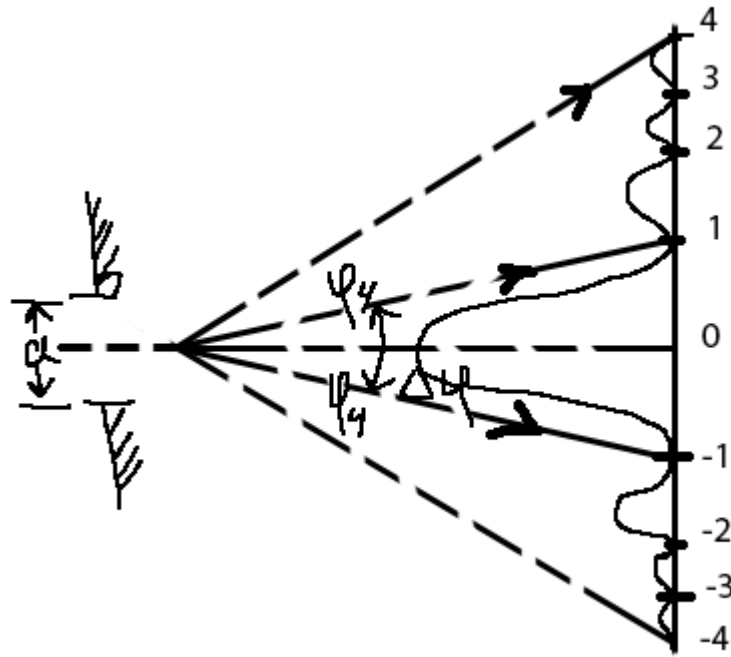


Рис. 1 – схема установки

1) Условие минимума для узкой щели:

$$a \cdot \sin \varphi = k\lambda \quad (1.1)$$

Где φ – угол на $k^{\text{й}}$ минимум

По условию задачи

$$\frac{a}{\lambda} = \frac{k}{\sin \varphi_k} = \frac{4}{\sin 2^\circ} = 114.6 \quad (1.2)$$

Угловая ширина центрального максимума:

$$\Delta \varphi_1 = 2\varphi_1 \quad (1.3)$$

Где φ_1 – угол на первый минимум.

Тогда

$$a \cdot \sin \varphi_1 = 1 \cdot \lambda$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{a} = \frac{1}{114.6} = 0.00872$$

$$\varphi_1 = 0.5^\circ$$

$$\Delta \varphi_1 = 2\varphi_1 = 1^\circ$$

$$2) \sin \varphi = \frac{k\lambda}{a} \cdot |\sin \varphi| = \left| \frac{k\lambda}{a} \right| \quad (1.4)$$

$$\text{Но } |\sin \varphi| \leq 1 \Rightarrow \left| \frac{k\lambda}{a} \right| \leq 1 \Rightarrow |k| \leq \frac{a}{\lambda} = (\text{из 2}) = 114.6$$

Так как k – целое, то

$$k = 0; \pm 1; \pm 2; \dots \pm 114$$

$$k_{\max} = 114$$

$$N_{\max} = 2 * k_{\max} + 1 = 2 * 114 + 1 = 229$$

Ответ: $\Delta \varphi_1 = 1^\circ$

Задача 2.

Красная граница фотоэффекта для материала, из которого сделан катод, $\lambda_0 = 0,62$ мкм. Определить длину волны λ_1 света, падающего на катод, если задерживающее напряжение $U_{з1} = 1$ В. Во втором опыте с этим же катодом длина волны света, падающего на катод $\lambda_2 = 0,7 \lambda_1$. Сравните во сколько раз будут отличаться задерживающие напряжения ($U_{з1}$ и $U_{з2}$) и максимальные скорости, с которыми вылетают электроны из катода (v_{m1} и v_{m2}) в этих опытах. Изобразите на рисунке вольтамперную характеристику фотоэффекта (ВАХ); покажите на ВАХ ток насыщения I_n и задерживающий потенциал U_z .

$$(\lambda_1 = 414.3 \text{ нм}; \frac{U_{з2}}{U_{з1}} = 2.29; \frac{U_{m2}}{U_{m1}} = 1.51)$$

Дано:

$$\lambda_0 = 0.62 \text{ мкм} = 6.2 * 10^{-7} \text{ м}$$

$$U_{з1} = 1 \text{ В}$$

$$\lambda_2 = 0,7 \lambda_1$$

Найти:

$$\lambda_1 = ?$$

$$\frac{U_{з2}}{U_{з1}} = ?$$

$$\frac{U_{m2}}{U_{m1}} = ?$$

Решение:

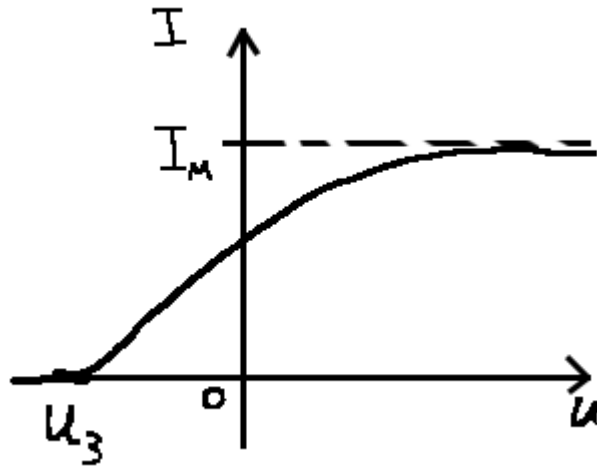


Рис. 2 - вольтамперную характеристику фотоэффекта.

1) Согласно уравнению Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.

$$E_{\phi} = A_{\text{вых}} + T_{\text{max}} \quad (2.1)$$

Где, E_{ϕ} – энергия фотона, $A_{\text{вых}}$ – работа выхода электрона, T_{max} – макс кинет. энергия электрона

T_{max} – равна работе задерживающего электрического поля:

$$T_{\text{max}} = \frac{1}{2} M e v_{\text{max}}^2 = A e = e U_3 \quad (2.2)$$

Энергия фотона

$$E_{\phi} = \frac{h c}{\lambda} \quad (2.3)$$

Где, h – постоянная Планка, c – скорость света

Работа выхода электрона

$$A_{\text{вых}} = \frac{h c}{\lambda_0} \quad (2.4)$$

λ_0 – “красная граница”

Тогда для первого опыта:

$$\frac{h c}{\lambda_1} = \frac{h c}{\lambda_0} + e U_{31} \quad (2.5)$$

$$\text{Откуда } \frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{\lambda_0} + \frac{e U_{31}}{h c} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_0} + \frac{e U_{31}}{h c}} = \frac{1}{\frac{1}{6.2 \cdot 10^{-7}} + \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1}{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}} = i$$

$$i \ 4.143 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 414,3 \text{ нм}$$

2) Запишем уравнение Эйнштейна для двух этапов:

$$\frac{hc}{\lambda_1} = \frac{hc}{\lambda_0} + eU_{31} \quad (2.6)$$

$$\frac{hc}{\lambda_2} = \frac{hc}{\lambda_0} + eU_{32} \quad (2.7)$$

Тогда

$$\frac{U_{31}}{U_{32}} = \frac{\frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_0}}{\frac{hc}{\lambda_1} - \frac{hc}{\lambda_0}} = \frac{(\lambda_0 - \lambda_2)\lambda_1\lambda_0}{(\lambda_0 - \lambda_1)\lambda_2\lambda_0} = \frac{(\lambda_0 - 0,7\lambda_1)}{(\lambda_0 - \lambda_1)0,7} = \frac{(0,62 - 0,7*0,4143)}{0,7(0,62 - 0,4143)} = 2,29$$

3) Так как из (2)

$$\frac{\frac{1}{2}Me v_{m2}^2}{\frac{1}{2}Me v_{m1}^2} = \frac{eU_{32}}{eU_{31}} \Rightarrow \frac{v_{m2}^2}{v_{m1}^2} = \sqrt{\frac{U_{32}}{U_{31}}} = \sqrt{2,29} = 1,51$$

Ответ: $\lambda_1 = 414,3 \text{ нм}$; $\frac{U_{32}}{U_{31}} = 2,29$; $\frac{v_{m2}^2}{v_{m1}^2} = 1,51$

Задача 3.

Атомарный водород, находящийся в основном состоянии, облучается монохроматическим светом с длиной волны 88,6 нм и ионизируется. Электроны, вылетающие из атомов в результате ионизации, попадают в магнитное поле перпендикулярно линиям индукции и начинают двигаться по окружности радиусом 1 мм. Определить величину индукции магнитного поля B . Изобразите на рисунке энергетическую диаграмму атома водорода; на отдельном рисунке изобразите движение электронов в магнитном поле. При решении задачи определите: 1) энергии ионизации атомарного водорода (Дж); 2) кинетическую энергию выбитого электрона (Дж); 3) скорость выбитого электрона (м/с); 4) подставьте скорость в расчетную формулу для индукции магнитного поля B и получите ответ в Тл. При расчетах всегда используйте правило сохранения двух значащих цифр после запятой с учетом округления по третьей цифре. ($B = 2,21 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$)

Дано:

H – водород

$$\lambda_1 = 88,6 \text{ нм} = 88,6 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$R=1\text{мм}=10^{-3}\text{м}$$

$$n=1$$

Найти:

$$1) E_i - ?$$

$$2) E_{\text{кин}} - ?$$

$$3) U - ?$$

$$3) V - ?$$

Решение:

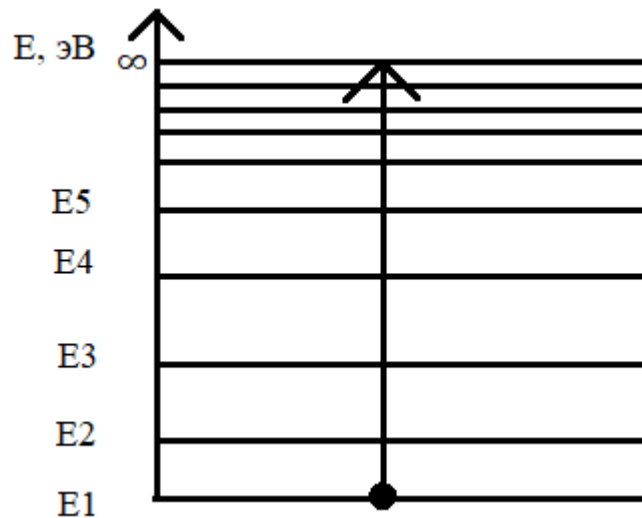


Рис. 3 - энергетическую диаграмму атома водорода.

$$1) \nu = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (3.1)$$

Где R - постоянная Ридбера, m и n номера уровней.

В нашем случае $n = 1$, $m = \infty$, тогда энергия ионизации

$$E_i = h\nu = hR \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = hR \quad (3.2)$$

h - Постоянная планка

$$\text{Так } E_i = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,29 \cdot 10^{15} = 21,8 \cdot 10^{-19} = \text{эВ}$$

$$\frac{21,8 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-15}} = 13,6 \text{ эВ}$$

2) Из закона сохранения энергии

$$E_j = E_i + E_{\text{кин}} \quad (3.3)$$

$$E_j = \frac{hc}{\lambda_1} - \text{энергия фотона,}$$

c – скорость света

$$\text{Так } E_{\text{кин}} = E_j - E_i = \frac{hc}{\lambda_1} - E_i = i$$

$$\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{88,6 \cdot 10^{-9}} - 21,8 \cdot 10^{-19} = 0,639 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

3) Кинетическая энергия электрона

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} m_e v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_{\text{кин}}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,639 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 3,75 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

4) В магнитном поле заряженная частица движется под действием силы Лоренца:

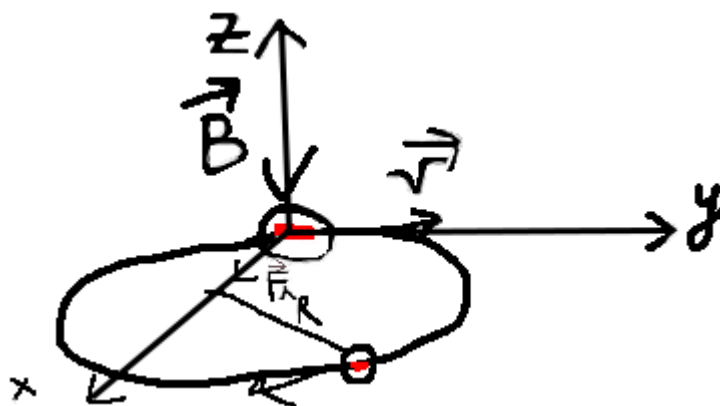


Рис. 4 - движение электронов в магнитном поле

$$\vec{E}_l = q[\vec{v} * \vec{B}] \quad (3.4)$$

q -заряд част.

Так как $\vec{v} \perp \vec{B}$ – движение по окружности:

$$\frac{m_e v}{R} = F_l = e * v * B \quad (3.5)$$

$q=e$

Откуда:

$$B = \frac{m_e v}{eR} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3,75 \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}} = 2,14 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$$

Ответ: $E_i = 13,6 \text{ эВ}$; $E_{\text{кин}} = 0,639 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$; $v = 3,75 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$;

$B = 2,14 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$.

5 - ВАРИАНТ

Задача 1

Параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 643,8$ нм падает по нормали на пластинку из кристалла кварца в половину длины волны перпендикулярно её оптической оси. Показатели преломления для необыкновенного и обыкновенного лучей составляют соответственно $n_e=1,5514$ и $n_o=1,5423$. Определить: 1) длины волн этих лучей в кристалле; 2) минимальную толщину пластинки; 3) разность фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами на выходе из пластинки; 4) уравнение траектории конца результирующего светового вектора для луча на выходе пластинки. Обосновать, какой тип поляризации будет наблюдаться у луча на выходе из пластинки. Изобразите на рисунке ход для необыкновенного и обыкновенного лучей, покажите тип поляризации этих лучей.

Дано:

$$\begin{aligned}\lambda &= 643,8 \text{ нм} \\ n_e &= 1,5514 \\ n_o &= 1,5423\end{aligned}$$

Решение:

Найти:

$$\begin{aligned}\lambda_e, \\ \lambda_o, \\ d_m, \\ \Delta \Phi, \\ \vec{E}_e(\vec{E}_o)\end{aligned}$$

Определение показателя преломления:

$$n = \frac{c}{v}$$

где n — абсолютный показатель преломления, c — скорость света в вакууме, v — скорость света в среде. Он отражает то, во сколько раз медленнее свет распространяется в среде, чем в вакууме. С другой стороны, зная связь скорости света в среде и ее длины волны:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

где λ — длина волны, v — скорость света в среде, T — период колебаний, f — частота, получаем связь коэффициента преломления и длины волны:

$$n = \frac{cT}{\lambda}$$

Видно, что в числителе стоит длина волны света в вакууме ($\lambda_{\text{вакуум}} = cT$), а в знаменателе длина волны в среде. Выражая искомые длины волн:

$$n = \frac{\lambda_{\text{вакуум}}}{\lambda_{\text{среда}}} \Rightarrow \lambda_{\text{среда}} = \frac{\lambda_{\text{вакуум}}}{n}$$

получаем для обыкновенного и необыкновенного лучей:

$$\lambda_e = \frac{\lambda}{n_e} = \frac{643,8}{1,5514} = 414,98 [\text{нм}]$$

$$\lambda_o = \frac{\lambda}{n_o} = \frac{643,8}{1,5423} = 417,43 [\text{нм}]$$

Оптическая длина пути L в среде с показателем преломления n равна произведению геометрической длины пути l , пройденного светом, на показатель преломления n :

$$L = nl$$

В нашей задаче геометрическая длина пути — это и есть искомая толщина пластинки. Также из условия (пластинка в половину длины волны) ясно, что разность хода (разность оптических длин преломленного (необыкновенного) и непреломленного (обыкновенного)) лучей составляет половину исходной длины волны:

$$\Delta = L_e - L_o = d_m (n_e - n_o) = \frac{\lambda}{2}$$

Выражаем искомую величину:

$$d_m = \frac{\Delta}{(n_e - n_o)} = \frac{\lambda}{2(n_e - n_o)}$$

Подставляем значения:

$$d_m = \frac{643,8}{2(1,5514 - 1,5423)} = 35373 [\text{нм}] = 35,37 [\text{мкм}]$$

Длина волны — расстояние между точками с одинаковой фазой. Это значит, что разность фаз между точками, расстояние между которыми равно длине волны, составляет 2π . Это позволяет составить простую пропорцию и выразить искомую величину:

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \Delta\Phi = \Delta \frac{2\pi}{\lambda} = \left| \text{по условию } \Delta = \frac{\lambda}{2} \right| = \frac{\lambda}{2} \frac{2\pi}{\lambda} = \pi$$

Если свет распространяется перпендикулярно оптической оси, то поляризацию можно разложить на две проекции — параллельную оптической оси и перпендикулярную. Эффективный показатель преломления будет разным для света двух ортогональных поляризаций, и при прохождении через слой (пластинку) материала может наблюдаться сдвиг по фазе между двумя компонентами. Если исходная поляризация линейная и ориентирована либо полностью вдоль, либо полностью перпендикулярно

оптической оси, то на выходе из пластинки она не изменится. Однако, если исходно свет поляризован под углом к оптической оси, либо поляризация эллиптическая или циркулярная, то при прохождении через пластинку из одноосного кристалла поляризация может измениться из-за сдвига по фазе между компонентами.

По условию свет изначально имел круговую поляризацию, значит обыкновенный и необыкновенный лучи будут линейно поляризованы и перпендикулярны друг другу.

Введем координатные оси и, учитывая поляризацию света, запишем уравнение траектории конца светового вектора для необыкновенного луча на выходе пластинки:

$$E_{ey}(t) = E_{ey}^{max} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Где t — время, E_{ey} — y -вая компонента вектора напряженности (других компонент нет, так как свет так линейно поляризован), E_{ey}^{max} — амплитуда, ω — циклическая частота, φ_0 — начальная (в момент времени $t=0$) фаза.

Для обыкновенного луча необходимо учесть, что он поляризован перпендикулярно и имеет сдвиг фазы:

$$E_{ox}(t) = E_{ox}^{max} \cos(\omega t + \varphi_0 - \pi)$$

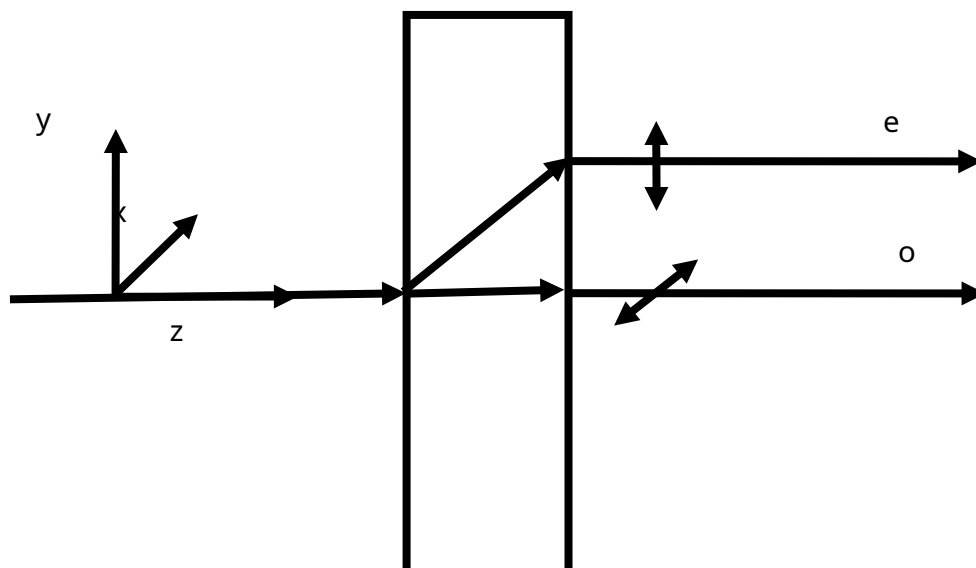
Сдвиг фазы на $-\pi$ даёт смену знака гармонической функции:

$$E_{ox}(t) = -E_{ox}^{max} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Выразим $\cos(\omega t + \varphi_0)$ из обеих формул, получим искомое уравнение траектории:

$$\frac{E_{ey}}{E_{ey}^{max}} = \cos(\omega t + \varphi_0) = \frac{-E_{ox}}{E_{ox}^{max}}$$

$$E_{ey} = -E_{ox} \frac{E_{ey}^{max}}{E_{ox}^{max}}$$



Ответ: $\lambda_e = 414,98 \text{ нм}$; $\lambda_o = 417,43 \text{ нм}$; $d_m = 35,37 \text{ мкм}$; $\Delta\Phi = \pi$; $E_{ey} = -E_{o\text{max}}/E_{o\text{max}} * E_{o\text{max}}$

Задача 2

Работа выхода электрона из металла $A_s = 2 \text{ эВ}$. Поверхность металла облучается фотонами с длиной волны $\lambda = 0,4 \text{ мкм}$. Определить задерживающее напряжение U_3 для этого опыта. Найти максимальный импульс, передаваемый поверхности металла при вылете каждого электрона ($p_{нов}$). Во сколько раз отличается импульс выбитого электрона (p_e) от импульса фотона (p_ϕ), который падает на поверхность? Изобразите на рисунке вольтамперную характеристику фотоэффекта (ВАХ); покажите на ВАХ ток насыщения I_n и задерживающий потенциал (U_3).

Дано:

$$\lambda = 0,4 \text{ мкм}$$

$$A_s = 2 \text{ эВ}$$

Решение:

Найти:

$$U_3,$$

$$p_{нов},$$

$$\frac{p_e}{p_\phi}$$

Уравнение фотоэффекта — закон сохранения энергии, который говорит, что энергия кванта излучения (фотона) идет на преодоление электроном работы выхода и приобретение им кинетической энергии.

$$h\nu = A_s + \frac{mv^2}{2}$$

где h — постоянная Планка, ν — частота излучения, их произведение это энергия фотона $E_\phi = h\nu$, A_s — работа выхода, энергия, которую надо потратить, чтобы электрон покинул материал, $E_k^{max} = \frac{m\nu^2}{2}$ — максимальная кинетическая энергия электрона.

Запирающее напряжение — это обратное напряжение, которое нужно подать на анод и катод, чтобы ток, который появляется в ходе фотоэффекта прекратился. Работа этого поля должна компенсировать кинетическую энергию электронов.

Связь работы и напряжения:

$\Delta E = qU$ где q — заряд, U — напряжение, ΔE — приращение энергии, работа. В нашем случае речь идет об электроне поэтому q заменим на e — заряд электрона. Тогда получим:

$$e U_3 = E_k^{max} = h\nu - A_s$$

Связь длины волны, частоты и скорости: $T = \frac{\lambda}{c} = \frac{1}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda}$

Выражаем искомую величину, подставляем значения (важно заметить, что работа выхода нам дана в электрон-вольтах, соответственно, ее пересчитываем):

$$U_3 = \frac{\frac{hc}{\lambda} - A_s}{e}$$

$$U_3 = \frac{\frac{6.626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,4 \cdot 10^{-6}} - 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = \frac{\overbrace{1,7695 \cdot 10^{-19}}^{E_k^{max}}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,108 [B]$$

По закону сохранения импульса, поверхность испытывает “отдачу” равную импульсу выбитого электрона.

$$P_{нов} = P_e$$

Кинетическую энергию электрона мы нашли при ответе на прошлый вопрос. Через неё найдем импульс электрона и соответственно искомую величину:

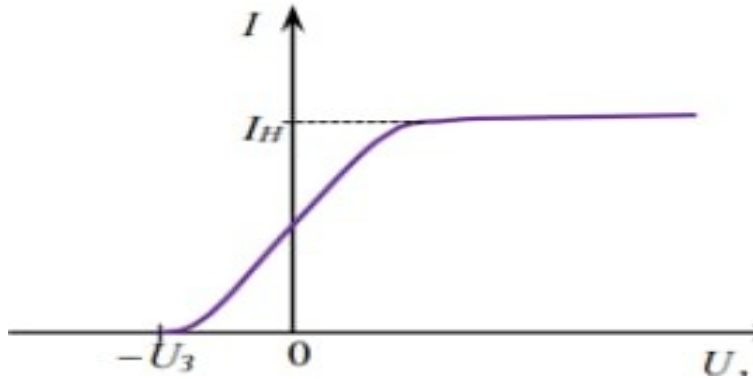
$$E = \frac{m\nu^2}{2}, p = m\nu \Rightarrow E = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mE}$$

В нашем случае $m = m_e$ — масса электрона. Таким образом:

$$p_{нов} = p_e = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 10^{-31} \cdot 1.7695 \cdot 10^{-19}} = 5.69 \cdot 10^{-25} \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \right]$$

Импульс фотона:

$$p_{\phi} = mc = \frac{mc^2}{c} = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}}{0.4 \cdot 10^{-6}} = 1.6565 \cdot 10^{-27} \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \right]_{\text{крипч}}$$



Напряжении, при котором сила тока в фотоэлементе обращается в ноль, U_3 . I_n — ток насыщения.

держивающим напряжением U_3 .

$$\frac{p_e}{p_{\phi}} = \frac{5.69 \cdot 10^{-25}}{1.6565 \cdot 10^{-27}} = 342.6$$

Ответ: $U_3 = 1.108 \text{ В}$, $p_{нов} = 5,69 \cdot 10^{-25} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$, $\frac{p_e}{p_{\phi}} = 342,6$.

Задача 3

Атомарный водород, находящийся в основном состоянии, облучается монохроматическим светом с длиной волны 121,58 нм и переходит в возбужденное состояние. Определить радиус r боровской орбиты этого возбужденного состояния. Изобразите на рисунке энергетическую диаграмму атома водорода, покажите на ней переход из основного в возбужденное состояние.

Дано:

$$\lambda = 121,58 \text{ нм}$$

Решение:

Найти:

r бок.ор.

Энергия фотона расходуется на возбуждение атома. Разность между энергией возбужденного состояния и основного равно энергии фотона. Энергия основного состояния, это энергия, которую требуется потратить для полной ионизации газа. $E_0 = -R_y = -13,6 \text{ эВ}$, где R_y — постоянная Ридберга:

$$\Delta E = E_{\text{фотона}} = h\nu = E_n - E_0 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}}{121,58 \cdot 10^{-9}} = 1,634 \cdot 10^{-18} [\text{Дж}]$$

Для удобства пересчитаем в электрон-вольтах:

$$1,634 \cdot 10^{-18} [\text{Дж}] = \frac{1,634 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} [\text{эВ}] = 10,2 [\text{эВ}]$$

Энергия n -того состояния:

$$E_n = \frac{-1}{n^2} R_y = E_0 + \Delta E = -13,6 + 10,2 = -3,4 [\text{эВ}]$$

Отсюда:

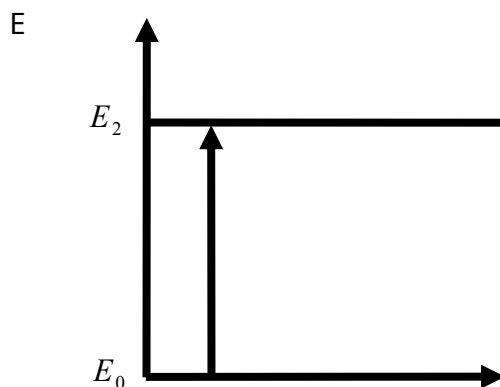
$$\frac{1}{n^2} = \frac{-R_y}{E_n} = \frac{-13,6}{-3,4} = \frac{1}{4} \Rightarrow n=2$$

Радиус атома в n -том состоянии:

$$r_n = a_0 n^2$$

где $a_0 = 5,3 \cdot 10^{-10} [\text{м}]$ — боровский радиус (радиус ближайшей к ядру орбиты электрона).

$$r = 4 \cdot 5,3 \cdot 10^{-11} = 2,116 \cdot 10^{-10} [\text{м}]$$



Ответ: $r = 2,116 \cdot 10^{-10} \text{ м}$

6 - ВАРИАНТ

1. Монохроматический свет падает нормально на щель шириной 10 мкм. За щелью находится тонкая линза с оптической силой 4Дптр. В фокальной плоскости линзы расположен экран. Найти длину волны света λ , если расстояние между симметрично расположенными минимумами второго порядка равно 6 см. Приведите рисунок для схемы установки. Изобразите дифракционную картину интенсивности света на экране. Пронумеруйте все дифракционные максимумы, которые могут быть видны на экране. ($\lambda = 595,7\text{нм}$)

Дано:

$$b = 10 \text{ мкм} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

$$k = 2$$

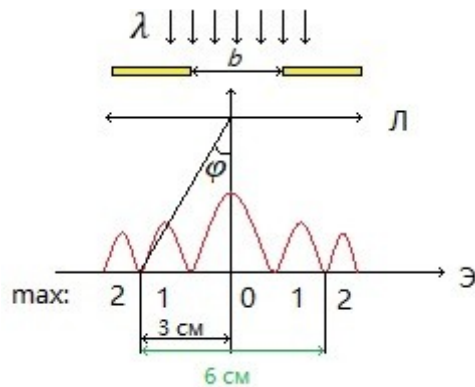
$$D = 4 \text{ Дптр}$$

$$x = 3 \text{ см}$$

Найти:

$$\lambda = ?$$

Решение:



Нам нужно найти длину волны λ . Ее мы можем выразить из условия наблюдения дифракционного минимума:

$$b \sin \varphi = k \lambda \quad 1.1$$

$$\sin \varphi = \frac{k \lambda}{b}$$

Где k , порядок дифракционного минимума, у нас по условию $k = 2$.

Фокусное расстояние линзы определим из ее оптической силы:

$$F = \frac{1}{D} \quad 1.2$$

Из формул 1.1 и 1.2 мы можем вывести формулу для расстояния от центра дифракционной картины до минимума второго порядка:

$$x = \frac{\frac{1}{D} * k_2 \lambda}{b} \quad 1.3$$

Нам дано расстояние между симметрично расположенными минимумами второго порядка = 6 см, но для $\sin\varphi$ нам нужно расстояние от центра дифракционной картины до минимума второго порядка, которое исходя из рисунка является нашим катетом.

$$\text{Отсюда: } x = \frac{6}{2} = 3 \text{ см.}$$

Выразим из 1.3 длину волны λ :

$$\lambda = \frac{xbD}{k_2} \quad 1.4$$

Подставим числовые значения:

$$\frac{3 * 1 * 10^{-5} * 4}{2} = 600 \text{ нм}$$

Ответ: длина волны $\lambda = 600 \text{ нм}$.

2. Температура абсолютно черного тела увеличилась в 1,5 раза, в результате чего длина волны λ_m , на которую приходится максимум энергии излучения, изменилась на $\Delta \lambda_m = 800 \text{ нм}$. Определить начальную T_1 и конечную T_2 температуру тела. Во сколько раз в результате нагревания изменилась тепловая мощность, излучаемая телом? Рисунок поясните график распределения энергии в спектре излучения абсолютно чёрного тела, укажите для данных температур положение λ_{m1} и λ_{m2} . ($T_1 = 1207.5 \text{ K}$; $T_2 = 1811.25 \text{ K}$; $\frac{R_2}{R_1} = 5.063$)

Дано:

$$\Delta \lambda_m = 800 \text{ нм} = 8 * 10^{-7} \text{ м}$$

$$8 * 10^{-7} \text{ м}$$

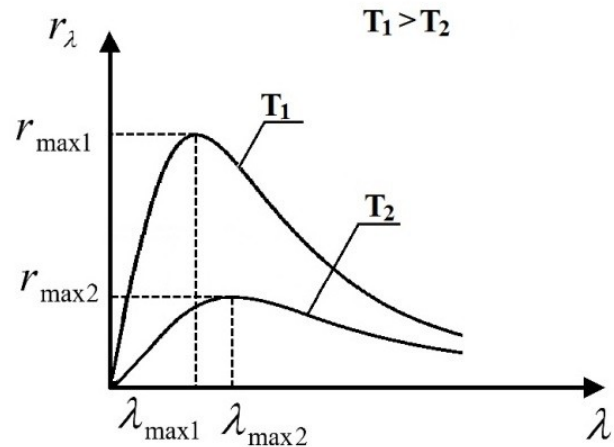
$$C_1 = 2.898 * 10^{-3} \text{ м * K}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 1,5$$

Найти:

$$T_1 = ? \quad T_2 = ? \quad \frac{R_2}{R_1} = ?$$

Решение:



Воспользуемся законом смещения Вина: длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности а.ч.т. ($r_{\lambda_{max}}$) обратно пропорционален абсолютной температуре этого тела. Для любого а.ч.т. постоянная $C_1 = 2.898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$.

$$\lambda_{max} = \frac{C_1}{T} \quad 2.1$$

По условию задачи температура абсолютно черного тела увеличилась в 1.5 раза:

$$\frac{T_2}{T_1} = 1,5 \quad 2.2$$

Следовательно:

$$T_2 = 1,5 T_1 \quad 2.3$$

$\Delta \lambda_m$ определяется как разница между λ_1 и λ_2 :

$$\Delta \lambda_m = \lambda_1 - \lambda_2 \quad 2.4$$

Выразим λ_1 и λ_2 :

$$\lambda_1 = \frac{C_1}{T_1} \quad 2.5$$

$$\lambda_2 = \frac{C_1}{1,5 * T_1} \quad 2.6$$

Подставим 2.5 и 2.6 в 2.4:

$$\Delta \lambda_m = \frac{C_1}{T_1} - \frac{C_1}{1,5 * T_1} \quad 2.7$$

Выразим температуру первого тела T_1 , для этого для начала приведем

$$T_1 = \frac{C_1}{\Delta \lambda_m} - \frac{C_1}{1.5 * \Delta \lambda_m} \quad 2.8$$

Подставим наши данные:

$$T_1 = \frac{2.898 * 10^{-3}}{8 * 10^{-7}} - \frac{2.898 * 10^{-3}}{1.5 * 8 * 10^{-7}} = 1207,5 K$$

Зная T_1 , мы можем найти T_2 , подставив значение T_1 в 2.3:

$$T_2 = 1,5 * 1207,5 K = 1811.25 K$$

Согласно закону Стефана – Больцмана, энергетическая светимость R абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры.

$$R = \sigma T^4 \quad 2.9$$

где $\sigma = 5,67 * 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 * \text{К}^4$ – постоянная Стефана-Больцмана.

Определим, во сколько раз в результате нагревания изменилась тепловая мощность, излучаемая телом. Для этого определим отношение R_2 к R_1 .

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{5,67 * 10^{-8} * 1811.25^4}{5,67 * 10^{-8} * 1207.5^4} = 5.0625$$

Ответ: $T_1 = 1207.5 K$; $T_2 = 1811.25 K$; $\frac{R_2}{R_1} = 5.0625$

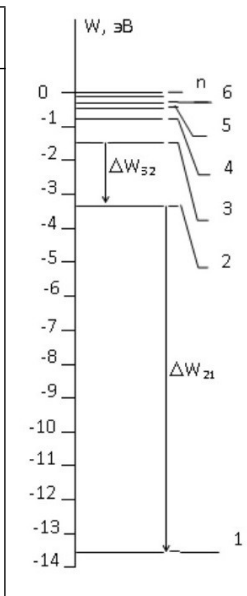
3. Атомарный водород, находящийся в некотором возбужденном состоянии, переходит в основное состояние. При этом радиус боровской орбиты уменьшается в 9 раз. Определить все длины волн λ_i , излучаемые при переходе из первоначального состояния в основное, имея виду, что переход в основное состояние может происходить через промежуточные состояния. Изобразите на рисунке энергетическую диаграмму атома водорода, покажите на ней все переходы из возбужденного в основное состояние, включая промежуточные переходы. ($\lambda_1 - 656,47 \text{ нм}$; $\lambda_2 - 121,57 \text{ нм}$ $\lambda_3 - 102,57 \text{ нм}$)

Дано:

Решение:

$a_0 = 5,29 * 10^{-11} \text{ м}$

Найти:
 $\lambda_1 - ?$; $\lambda_2 - ?$; $\lambda_3 - ?$



Определим радиус боровской орбиты в возбужденном состоянии. Сила Кулона, действующая на электрон в водородоподобном атоме со стороны ядра, является центростремительной силой.

$$F_{\text{цс}} = F_{\text{кул}} \tag{3.1}$$

$$m \frac{v_n^2}{r_n} = k \frac{Z q_e^2}{r_n^2}$$

где $k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$ – коэффициент в законе Кулона, q_e – величина заряда электрона, $Z q_e$ – величина заряда ядра водородоподобного атома. Выразим скорость из постулата стационарных состояний:

$$u_n = \frac{n\hbar}{m r_n} \tag{3.2}$$

Подставим выражение для скорости в 3.1:

$$m \frac{n^2 \hbar^2}{m^2 r_n^2} = k \frac{Z q_e^2}{r_n}$$

Получим зависимость радиуса орбиты электрона r_n от номера орбиты n :

$$r_n = \frac{\hbar^2}{k m * Z q_e^2} n^2 \tag{3.3}$$

Заметим, что дробь, стоящая перед квадратом номера орбиты, является набором констант и соответствует радиусу орбиты электрона при $n = 1$. Тогда для атома водорода при $Z=1$ можно записать:

$$r_n = a_0 n^2 \tag{3.4}$$

где $a_0 = 5.29 * 10^{-11} \text{ м}$ – боровский радиус.

Определим боровский радиус в возбужденном состоянии.

По условию, боровский радиус уменьшился в 9 раз, то есть изначально (в возбужденном состоянии), он был в 9 раз больше, отсюда, n^2 (из формулы 3.4) = 9, следовательно, $n = 3$.

Делаем вывод, что изначально возбужденный атом находился на 3 уровне.

В простейшем случае, в атоме водорода имеется один единственный электрон, который является валентным электроном. Значения энергии для электрона в атоме водорода определяются формулой:

$$W_n = \frac{-m e^4}{32 \pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} * 1 \quad 3.5$$

Здесь первая дробь представляет собой набор констант, а n - главное квантовое число. Обозначим:

$$W_1 = \frac{-m e^4}{32 \pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \quad 3.6$$

Тогда

$$W_n = \frac{W_1 * 1}{n^2} \quad 3.7$$

Здесь W_1 – энергия основного состояния электрона в атоме водорода. Полезно запомнить, что $W_1 = -13,6 \text{ эВ}$. Поэтому формулу (3.7) часто пишут в виде:

$$W_n = \frac{-13.6 * 1}{n^2} \text{ эВ} \quad 3.8$$

В случае внешних воздействий атом, т.е. фактически его электрон, может получить дополнительную энергию и перейти в одно из возбужденных состояний, энергия которых больше, чем энергия основного состояния. Такие переходы называют переходами на более высокие энергетические уровни. Из возбужденных состояний атом спонтанно, т.е. самопроизвольно, переходит в основное состояние или на один из более

низких энергетических уровней. При этом атом излучает в окружающее пространство энергию:

$$\Delta W_{kn} = W_k - W_n \quad 3.9$$

Здесь W_k – энергия атома в исходном состоянии, а W_n – энергия атома в конечном состоянии. Энергия W_{kn} излучается в виде кванта электромагнитного излучения $\hbar \omega_{kn}$, так что

$$\hbar \omega_{kn} = W_k - W_n \quad 3.10$$

Соотношение 3.10 часто называют правилом частот.

Из соотношений 3.5 и 3.10 следует, что частота излучения равна:

$$\omega_{kn} = \frac{m k^2 q_e^4}{2 \hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \quad (3.10)$$

Выразив циклическую частоту ω через длину волны λ , можно записать, что:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \quad 3.11$$

Здесь величина $R = 1,0967758 * 10^7 \text{ м}^{-1}$ называется постоянной Ридберга.

Из формулы 3.11 мы можем легко выразить длину волны:

$$\lambda = \frac{1}{R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right)}$$

3.12

Мы выяснили, что изначально наш атом был на 3 уровне ($n=3$).

Подставим значения наших уровней в 3.12:

$$\lambda_3 = \frac{1}{1,0967758 * 10^7 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{9} \right)} = 1,0257 * 10^{-7} \text{ м} = 102,57 \text{ нм}$$

Далее он перешел на второй уровень:

$$\lambda_2 = \frac{1}{1,0967758 * 10^7 \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{4} \right)} = 6,5647 * 10^{-7} \text{ м} = 656,47 \text{ нм}$$

А затем спустился на первый:

$$\lambda_1 = \frac{1}{1,0967758 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{1} \right)} = 1,2157 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 121,57 \text{ нм}$$

Ответ: $\lambda_1 = 121,57 \text{ нм}$; $\lambda_2 = 656,47 \text{ нм}$ $\lambda_3 = 102,57 \text{ нм}$

7 - ВАРИАНТ

Задача 1

Расстояние между экраном и дифракционной решеткой равно 42,0 см. Если дифракционная решетка освещается желтой линией натрия ($\lambda_1 = 589 \text{ нм}$), то максимум первого порядка на экране отстоит от центрального пика на расстоянии 2,48 см. Другой источник создает максимум первого порядка, отстоящий на 2,0 см от центрального максимума. Какова его длина волны λ_2 ? Изобразите на рисунке: 1) схему эксперимента с указанием рисунка дифракционной решетки, где проставлен ее период; 2) дифракционную картину интенсивности света на экране для длин волн λ_1 и λ_2 , выделив разными цветами эти длины волн, пронумеруйте все главные дифракционные максимумы, которые могут быть видны на экране. ($\lambda_2 = 475 \text{ нм}$)

Дано:

$$L = 42,0 \text{ см}$$

$$\lambda_1 = 589 \text{ нм}$$

$$d_{01} = 2,48 \text{ см}$$

$$d_{02} = 2,0 \text{ см}$$

СИ:

$$42,0 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$589 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$2,48 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$2,0 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

Решение:

1) Схема эксперимента:

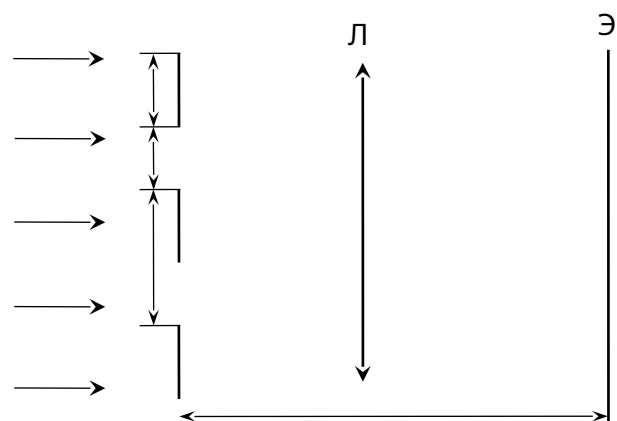


Рис. 1

Найти: λ_2

Изобразить:

1) схему эксперимента с указанием рисунка дифракционной решетки, где проставлен ее период;

2) дифракционную картину интенсивности света на экране для длин волн λ_1 и λ_2 , выделив

d – период решетки,

a – ширина промежутка между соседними щелями,

разными цветами эти длины волн, пронумеровать все главные дифракционные максимумы, которые могут быть видны на экране.

b – ширина щели,
 Л – собирающая линза,
 Э – экран,
 λ – длина волны падающего света,
 L – расстояние между экраном и дифракционной решеткой.

2) Дифракционная картина интенсивности света на экране для длин волн λ_1 и λ_2 :

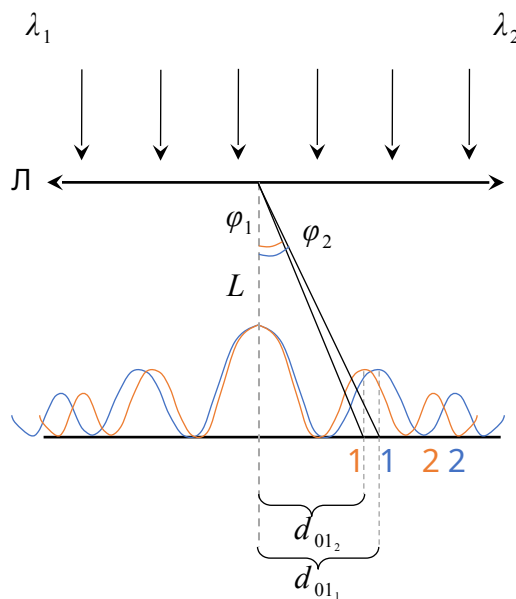


Рис. 1

Найдем λ_2 . Запишем условия максимумов для λ_1 и λ_2 .

Условие максимума для λ_1 :

$$d \sin \varphi_1 = m \lambda_1, \quad (1)$$

где φ_1 – угол дифракции для λ_1 .

Условие максимума для λ_2 :

$$d \sin \varphi_2 = m \lambda_2, \quad (2)$$

где φ_2 – угол дифракции для λ_2 .

По условию, наблюдается максимум первого порядка, следовательно, $m=1$. С учетом этого выражения (1) и (2) примут вид:

$$d \sin \varphi_1 = \lambda_1 \quad (3)$$

$$d \sin \varphi_2 = \lambda_2 \quad (4)$$

Разделим (3) на (4) почленно:

$$\frac{d \sin \varphi_1}{d \sin \varphi_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Leftrightarrow \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, \text{ откуда}$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 \cdot \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1} \quad (5)$$

Оценим величины $\sin \varphi_1$ и $\sin \varphi_2$: $L \gg d \Rightarrow \sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi$. Тогда согласно рис. 2,

$\sin \varphi_1 = \frac{d_{01_1}}{L}$, $\sin \varphi_2 = \frac{d_{01_2}}{L}$. Подставим полученные выражения в (5):

$$\lambda_2 = \lambda_1 \cdot \frac{\frac{d_{01_1}}{L}}{\frac{d_{01_2}}{L}} = \frac{d_{01_2}}{d_{01_1}} \quad (6)$$

Подставив данные из условия в (6), находим:

$$\lambda_2 = 589 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-2}}{2,48 \cdot 10^{-2}} = 475 \cdot 10^{-9} (\text{м}) = 475 (\text{нм}).$$

Ответ: длина волны $\lambda_2 = 475$ (нм)

Задача 2

Определить работу выхода электронов из натрия (A_B , эВ), если красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 500$ нм. Чему равна кинетическая энергия вылетевшего электрона (W_k , эВ), если натрий облучать светом с $\lambda = 0,35$ мкм. Найти значение задерживающего напряжения (U_3) при таком облучении. Изобразите на рисунке вольтамперную характеристику фотоэффекта (ВАХ); покажите на ВАХ ток насыщения I_H и задерживающий потенциал U_3 .

Дано:

$$\lambda_0 = 500 \text{ нм}$$

$$\lambda = 0,35 \text{ мкм}$$

СИ:

$$500 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$0,35 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

Решение:

1) Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта,

$$h\nu = A_B + W_k \quad (1)$$

Найти: 1) A_B ; 2) W_k ; 3) U_3 .

Изобразить: вольтамперную характеристику фотоэффекта (ВАХ);

показать на ВАХ ток насыщения I_H и задерживающий потенциал U_3 .

Согласно II закону фотоэффекта для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, для которой уравнение (1) запишется в виде:

$$h\nu_0 = A_B \quad (2)$$

Поскольку $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$, (2) можно переписать в виде:

$$\frac{hc}{\lambda_0} = A_B \quad (3)$$

Найдем значение A_B из уравнения (3):

$$A_B = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{500 \cdot 10^{-9}} \approx 3,98 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} \approx 2,49 \text{ (эВ)}.$$

2) Из уравнения (1) выразим W_k :

$$W_k = h\nu - A_B = \frac{hc}{\lambda} - A_B.$$

Поскольку материал катода не изменился, для вычисления W_k используем значение A_B , найденное в п. 1):

$$W_k = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,35 \cdot 10^{-6}} - 3,98 \cdot 10^{-19} \approx (5,68 - 3,98) \cdot 10^{-19} =$$

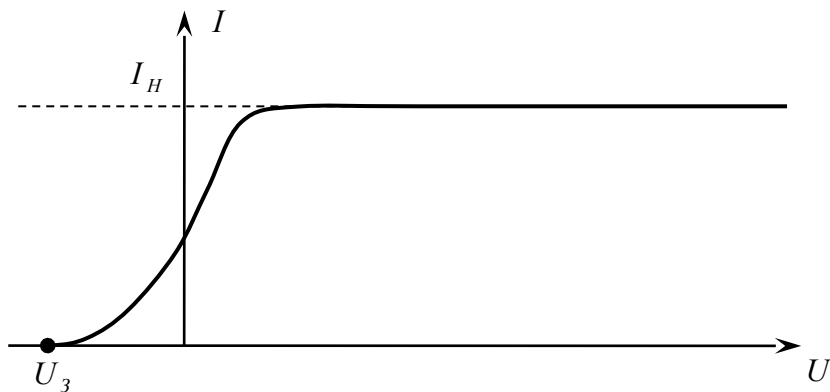
$$1,7 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)}.$$

3) Для U_3 выполняется соотношение:

$$eU_3 = W_K, \quad (4)$$

откуда $U_3 = \frac{W_K}{e} = \frac{1,7 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 1,063 \text{ (В)}$.

4) ВАХ фотоэффекта:



Ответ:

1) а

Задача 3

В покоящемся атоме водорода электрон перешёл с пятого энергетического уровня в основное состояние. Какую скорость v_a приобрёл атом за счет испускания фотона? Изобразите на рисунке энергетическую диаграмму атома водорода, покажите на ней переход, соответствующий данной задаче. ($v_a = 4.18$ м/с)

Дано:

$$n_1 = 5$$

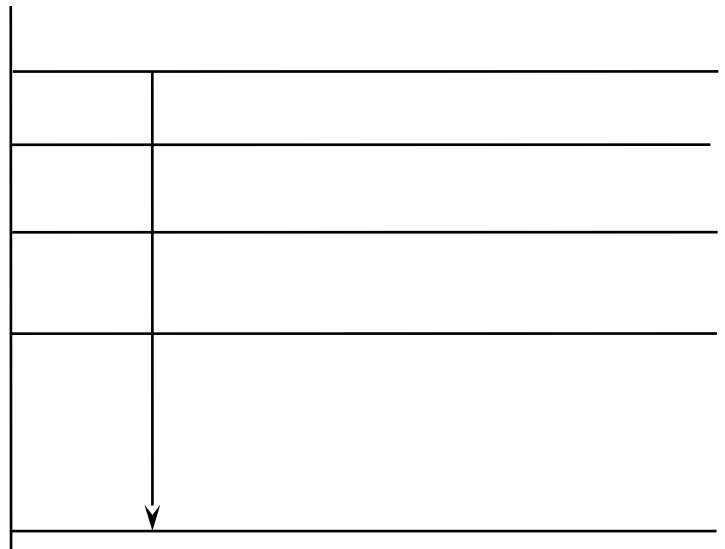
$$n_2 = 1$$

Найти: v_a

Изобразить:

энергетическую
диаграмму атома
водорода, показать
на ней переход,
соответствующий
данной задаче

Решение:



Энергетическую диаграмму атома водорода

Полная механическая энергия электрона в стационарном состоянии с номером n в атоме водорода равна

$$W_n = -13,60 \cdot \frac{1}{n^2} \text{ эВ} \quad (1)$$

Определим полную энергию электрона в стационарном состоянии с номерами $n_1 = 5$ и $n_2 = 1$ в атоме водорода по формуле (1):

$$W_{n_1} = -13,60 \cdot \frac{1}{5^2} \approx -0,54 \text{ (эВ)};$$

$$W_{n_2} = -13,60 \cdot \frac{1}{1^2} \approx -13,6 \text{ (эВ)}.$$

Вследствие перехода электрона с более высокого энергетического уровня на более низкий атом испустил фотон, энергия которого равна:

$$W_\phi = W_{n_1} - W_{n_2} = -0,54 + 13,6 = 13,06 \text{ (эВ)}.$$

Импульс фотона равен

$$p_{\phi} = \frac{W_{\phi}}{c} \frac{\kappa \lambda \cdot m}{c} \quad (2)$$

Вычислим импульс фотона по формуле (2):

$$p_{\phi} = \frac{13,06 \cdot 16 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8} \approx 6,97 \cdot 10^{-27} \left(\frac{\kappa \lambda \cdot m}{c} \right).$$

Импульс, приобретаемый атомом, равен по модулю импульсу фотона:

$$p_a = p_{\phi} = m v_a \Rightarrow v_a = \frac{p_{\phi}}{m} = \frac{6,97 \cdot 10^{-27}}{1,67 \cdot 10^{-27}} \approx 4,18 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: за счет испускания фотона атом приобрел скорость $v_a = 4,18 \text{ (м/с)}$.